Eletrotécnica – TEXTO Nº 7

CIRCUITOS TRIFÁSICOS

1. CIRCUITOS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS E SIMÉTRICOS

1.1. Introdução

A quase totalidade da energia elétrica no mundo é gerada e transmitida por meio de sistemas elétricos trifásicos (aproximadamente) equilibrados e simétricos.

1.2. O operador "*a*"

O ângulo característico de um sistema trifásico é dado por

$$\theta_c = \frac{2\pi}{3} = 120° \qquad (1)$$

Por definição, "*a*" é um operador que se aplicado a um fasor provoca um giro neste fasor de um ângulo igual a θ_c no sentido positivo (ou anti-horário), sem modificar o seu módulo. Desta forma

$$a = e^{j\theta_c} = e^{j2\pi/3} = 1\angle\theta_c = 1\angle 120° \qquad (2)$$

Exemplo: Seja a tensão de certo ponto de um sistema elétrico representada por um fasor $E = 2\angle\, 30°\ V$. Assim

$$a\,E = 1\angle 120° \cdot E = 1\angle 120° \cdot 2\angle 30° = 2\angle 150°\ V$$

$$\bar{a}^2\,E = \left(1\angle 120°\right)^{-2} \cdot E = 1\angle -240° \cdot 2\angle 30° = 2\angle -210°\ V$$

$$a^{-1}\,E = \left(1\angle 120°\right)^{-1} \cdot E = 1\angle -120° \cdot 2\angle 30° = 2\angle -90°\ V$$

1.3. Algumas propriedades do operador “ a”

$$a^{-1} = e^{-j\theta_c} = 1 \angle -\theta_c$$ → ***rotação de $\theta_c = 120°$ no sentido negativo ou horário***

$$a^{\pm 3k} = \left(e^{j\frac{2\pi}{3}} \right)^{\pm 3k} = e^{\pm j\, 2k\pi} = 1 = a^0$$ → ***rotação de $\pm 2k\pi$, voltando ao mesmo lugar (k inteiro positivo)***

$$a^{-m} = 1.a^{-m} = a^3 \cdot a^{-m} = a^{3-m}$$ → ***rotação de $-m\,.\theta_c$ ou de $(3-m).\theta_c$***

$$a^m = 1\,.\,a^m = a^{-3} \cdot a^m = a^{-(3-m)}$$ → ***rotação de $m\,.\theta_c$ ou de $-(3-m)\,.\theta_c$***

$$1 + a^{-1} + a^{-2} = 1 + \left[\cos(-120°) + j\,\mathrm{sen}(-120°) \right] + \left[\cos(120°) + j\,\mathrm{sen}(120°) \right] = 0$$

$$1 + a + a^2 = 1 + \left[\cos(120°) + j\,\mathrm{sen}(120°) \right] + \left[\cos(-120°) + j\,\mathrm{sen}(-120°) \right] = 0$$

Exemplo: Seja a tensão de certo ponto de um sistema elétrico representada por um fasor $V = 2\angle\, 30°\ V$. Assim

$$a^{-1} E = (1\angle 120°)^{-1} \cdot 2\angle 30° = 1\angle -120° \cdot 2\angle 30° = 2\angle -90°\ V$$

$$a^{-3} E = (1\angle 120°)^{-3} \cdot E = 1\angle -360° \cdot E = 1\angle 0° \cdot 2\angle 30° = 2\angle 30°\ V$$

$$a^{-2} E = a^3\, a^{-2} E = a^{3-2} E = a^1 E = a\,E = 1\angle 120° \cdot 2\angle 30° = 2\angle 150°\ V$$

$$a^2 E = a^{-3}\, a^2 E = a^{-3+2} E = a^{-1} E = 1\angle -120° \cdot 2\angle 30° = 2\angle -90°\ V$$

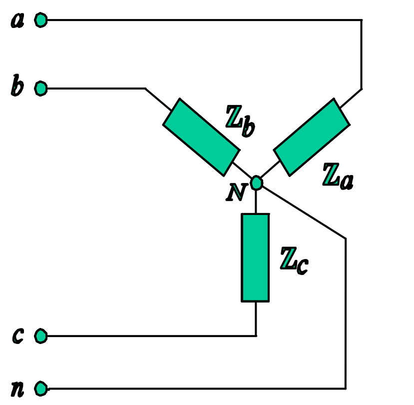
$$a^7 E = a^6\, a^1 E = a^1 E = a\,E = 1\angle 120° \cdot 2\angle 30° = 2\angle 150°\ V$$

$$a^{-10} E = a^{-9}\, a^{-1} E = a^{-1} E = 1\angle -120° \cdot 2\angle 30° = 2\angle -90°\ V$$

1.4. Ligações de Cargas e Fontes em Sistemas Trifásicos

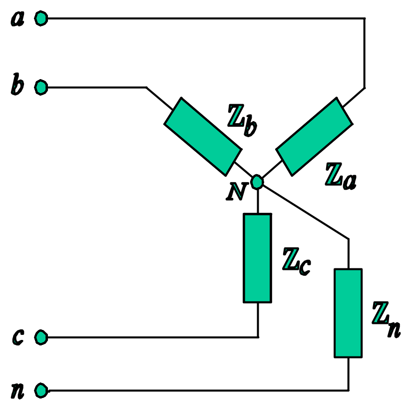
Os equipamentos de um sistema trifásico podem ser ligados das mais diversas maneiras. Seguem alguns exemplos a título de ilustração:

(a) Ligação da carga em estrela a 4 fios



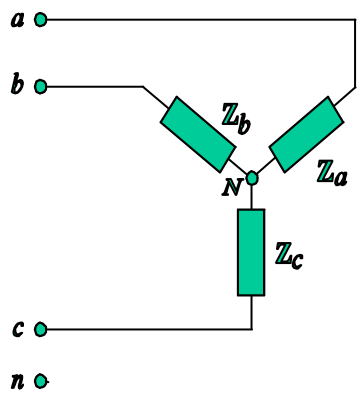
Carga trifásica ligada em estrela a quatro fios com neutro solidamente aterrado.

(b) Ligação da carga em estrela a 4 fios com impedância de neutro



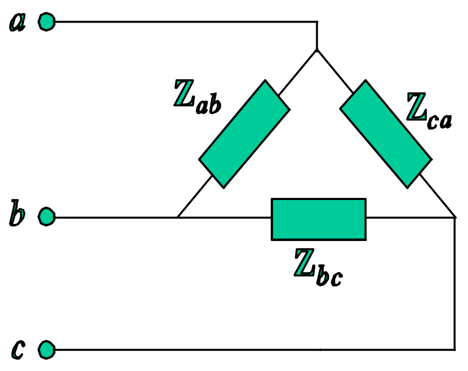
Carga trifásica ligada em estrela a quatro fios com neutro aterrado por impedância de neutro.

(c) Ligação da carga em estrela a 3 fios



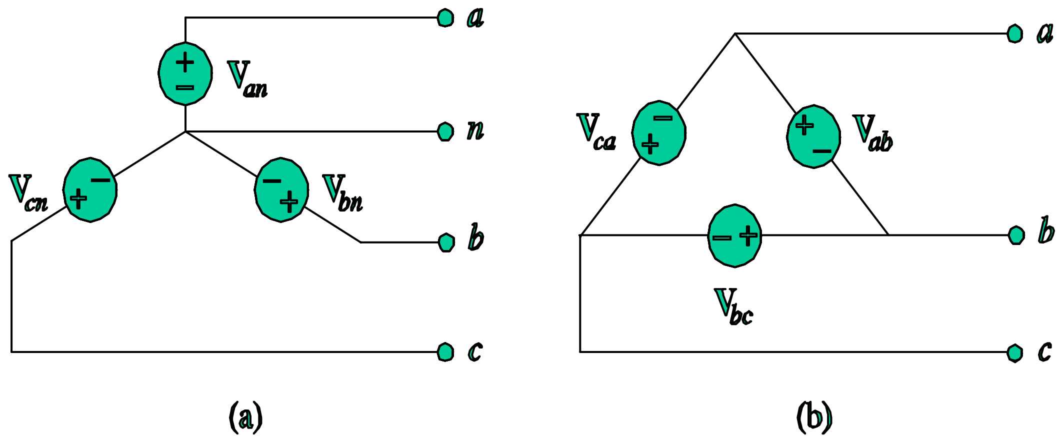
Carga trifásica ligada em estrela a três fios ou com neutro isolado..

(d) Ligação da carga em delta ou triângulo

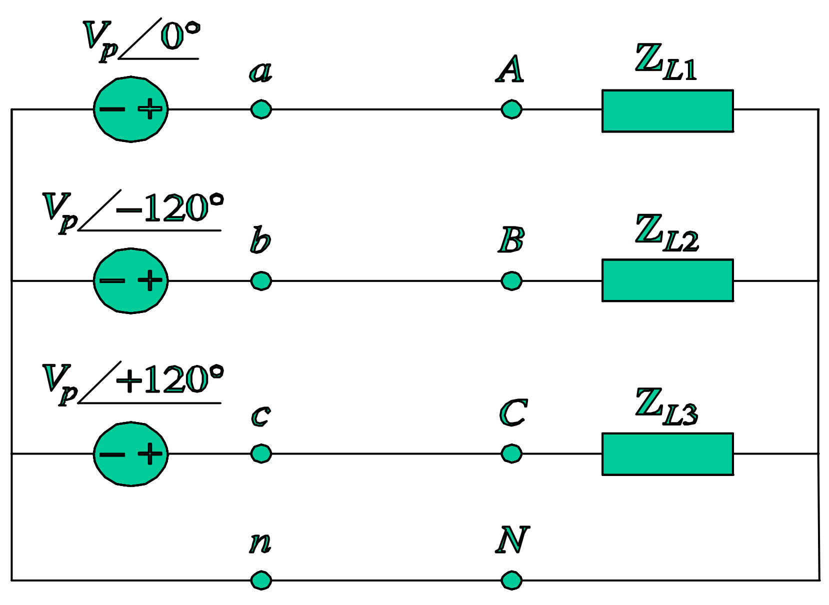


Carga trifásica ligada em delta.

(e) Fontes de tensão ideais trifásicas ligadas (a) em estrela com neutro solidamente aterrado e (b) em delta



(f) Exemplo de ligação de fonte de tensão ideal trifásica e carga trifásica em estrela a quatro fios com neutro solidamente aterrado

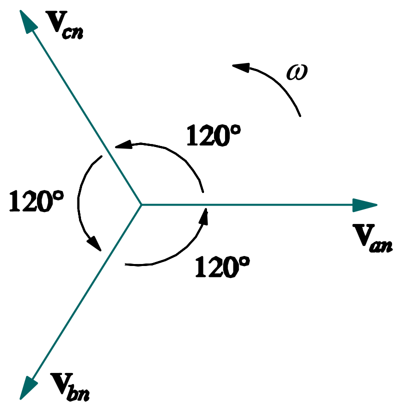


1.5. Definições Importantes

DEFINIÇÃO 1: Um circuito trifásico é simétrico quando ele possui tensões e correntes trifásicas simétricas em qualquer ponto de sua configuração.

DEFINIÇÃO 2: As tensões (ou correntes) trifásicas de um circuito trifásico são ditas simétricas quando elas podem ser representadas por fasores balanceados.

DEFINIÇÃO 3: Diz-se que um conjunto de três fasores, representativos de três tensões (ou correntes) de um certo sistema trifásico, são balanceados, quando eles possuem o mesmo módulo e estão defasados um do outro de um mesmo ângulo, igual ao ângulo característico θ_c do sistema trifásico.

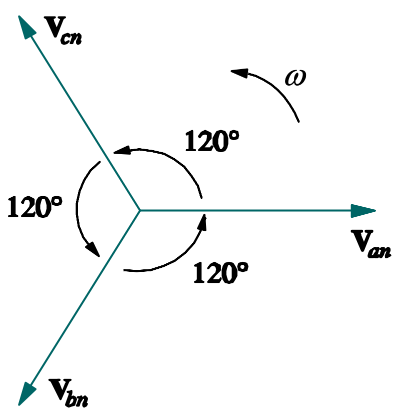


Conjunto de três fasores balanceados representativos das três tensões de fase simétricas de um sistema trifásico.

DEFINIÇÃO 4: Um conjunto de três tensões de um circuito trifásico é de seqüência direta quando elas são tais que

$$\begin{cases} V_a = |V|\angle\theta_a \\ V_b = a^{-1}V_a = |V|\angle\theta_a - 120° \\ V_c = a^{-2}V_a = |V|\angle\theta_a - 240° \end{cases}$$

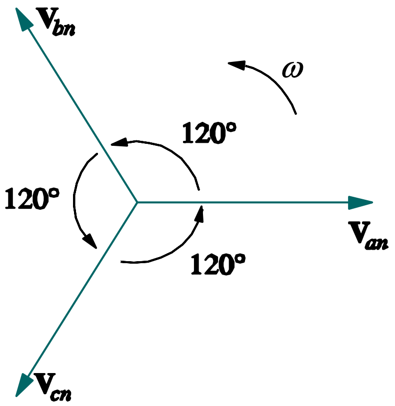
Conjunto de três fasores balanceados representativos de três tensões de fase simétricas de seqüência direta.



DEFINIÇÃO 5: Um conjunto de três tensões de um circuito trifásico é de seqüência inversa quando elas são tais que

$$\begin{cases} V_a = |V| \angle \theta_a \\ V_b = a^1 V_a = |V| \angle \theta_a + 120° \\ V_c = a^2 V_a = |V| \angle \theta_a + 240° \end{cases}$$

Conjunto de três fasores balanceados representativos de três tensões de fase simétricas de seqüência inversa.



DEFINIÇÃO 6: Diz-se que um circuito trifásico é equilibrado quando ele é composto por equipamentos equilibrados, ou seja, que podem ser representados por matrizes de impedâncias de fase equilibradas.

DEFINIÇÃO 7: Diz-se que uma matriz de impedâncias de fase é equilibrada quando ela é composta de elementos na diagonal iguais entre si e elementos fora da diagonal também iguais entre si. A matriz $\widetilde{Z_F}$ abaixo é uma matriz equilibrada e pode ser utilizada para representar um equipamento elétrico trifásico equilibrado.

$$\widetilde{Z_F} = \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix} \tag{3}$$

Quando o elemento não possui impedâncias mútuas, o que vai ser o caso neste curso, a matriz de impedâncias de fase vai ser diagonal, com elementos iguais entre si.

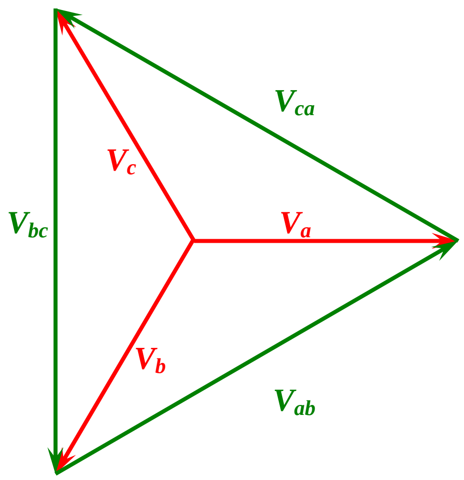
1.6. Relações de tensões em circuitos trifásicos equilibrados e simétricos

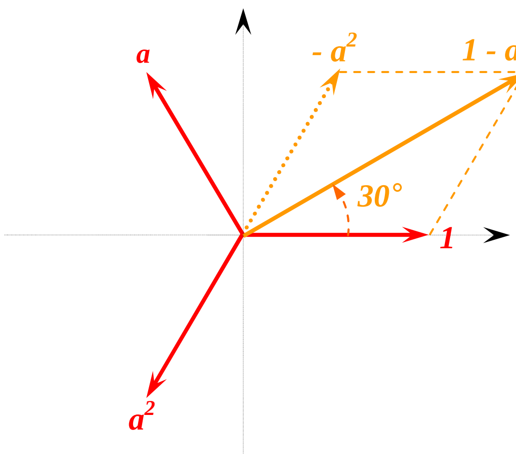
- **Tensões de Fase**: tensões tomadas entre uma fase qualquer e neutro (retorno), em um determinado ponto do sistema trifásico.

$$
\begin{aligned}
V_a &= V_{an} = |V|\angle\theta_a = |V_{\phi n}|\angle\theta_a \\
V_b &= V_{bn} = a^{-1}V_a = |V|\angle\theta_a - 120° = |V_{\phi n}|\angle\theta_a - 120° \\
V_c &= V_{cn} = a^{-2}V_a = |V|\angle\theta_a - 240° = |V_{\phi n}|\angle\theta_a - 240°
\end{aligned} \tag{4}
$$

- **Tensões de Linha**: tensões tomadas entre duas fases quaisquer, em um determinado ponto do sistema elétrico.

$$
\begin{aligned}
V_{ab} &= V_a - V_b = V_a - a^2V_a = \\
&= \left(1-a^2\right)V_a = \left(\sqrt{3}\angle 30°\right)V_a = \sqrt{3}|V_{\phi n}|\angle\theta_a + 30° \\
V_{bc} &= V_b - V_c = V_b - a^2V_b = \\
&= \left(1-a^2\right)V_b = \left(\sqrt{3}\angle 30°\right)V_b = \sqrt{3}|V_{\phi n}|\angle\theta_b + 30° \\
V_{ca} &= V_c - V_a = V_c - a^2V_c = \\
&= \left(1-a^2\right)V_c = \left(\sqrt{3}\angle 30°\right)V_c = \sqrt{3}|V_{\phi n}|\angle\theta_c + 30°
\end{aligned} \tag{5}
$$





As tensões de linha são √3 vezes maiores que as tensões de fase estão adiantadas de 30° em relação a elas.

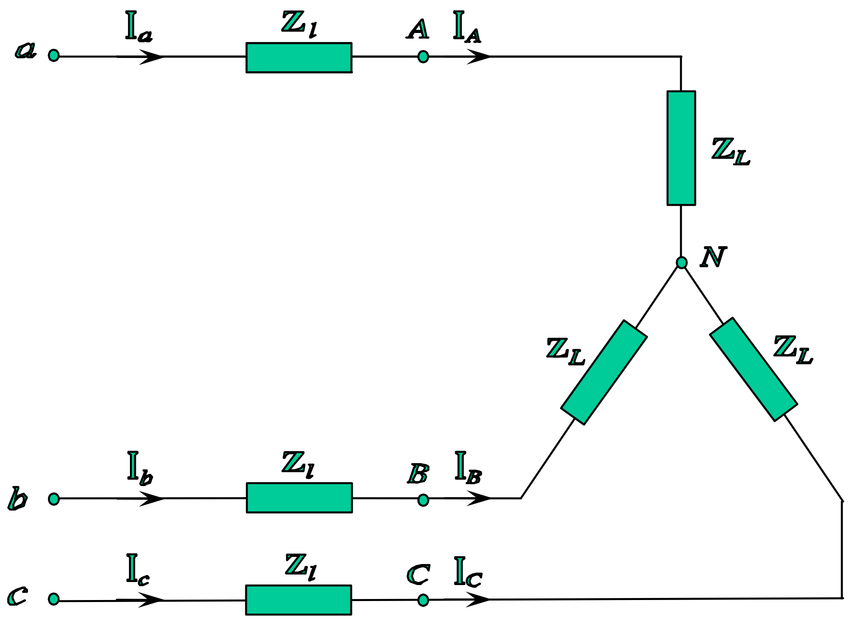
1.7. Relações de correntes em circuitos trifásicos equilibrados e simétricos

- **Correntes de Fase (ou de Linha)** : correntes tomadas nas linhas do circuito trifásico, em qualquer uma de suas fases.

$$\begin{aligned} I_a &= |I| \angle \phi_a \\ I_b &= a^{-1} I_a = |I| \angle \phi_a - 120° \\ I_c &= a^{-2} I_a = |I| \angle \phi_a - 240° \end{aligned} \qquad (6)$$

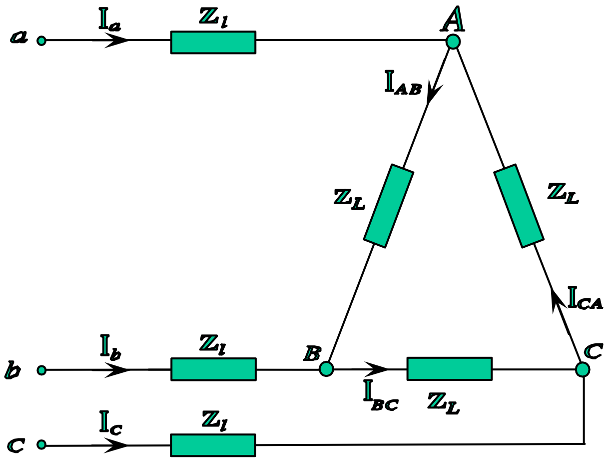
- **Correntes de Ramo (ou de Perna)**: correntes tomadas em quaisquer dos ramos de uma carga ou fonte trifásica equilibrada.

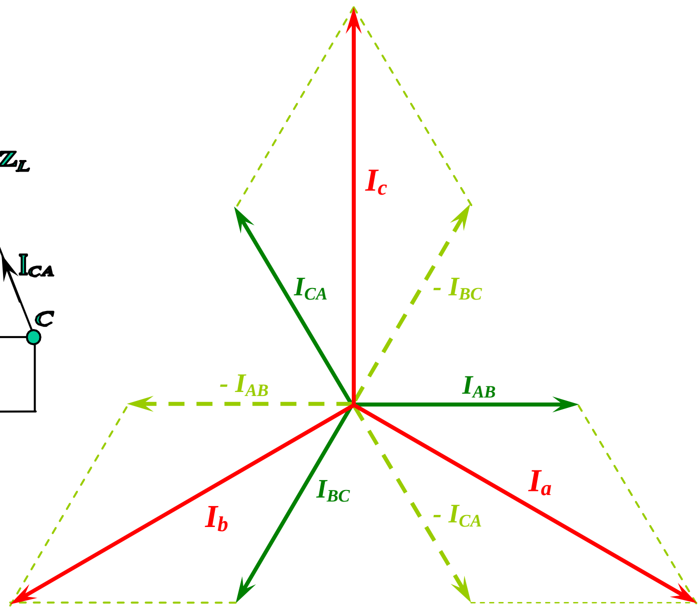
  As correntes de perna dependem do tipo de ligação da carga. Para uma carga ligada em estrela, as correntes de linha e de ramo são idênticas, como mostra o circuito ao lado.



$$\begin{cases} I_A = I_a \\ I_B = I_b \\ I_C = I_c \end{cases} \qquad (7)$$

Para uma carga ligada em delta, as correntes de linha e de ramo não são mais idênticas, como mostra o circuito abaixo.





Para este circuito vale:

$$\boxed{I_a = I_{AB} - I_{CA} = I_{AB} - a\,I_{AB} = (1-a)\,I_{AB} = \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right)\cdot I_{AB}} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} &\boxed{I_b = I_{BC} - I_{AB} = I_{BC} - a\,I_{BC} = (1-a)\,I_{BC} = \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right)\cdot I_{BC}} = \\ &= \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right) a^{-1}\, I_{AB} = \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right)\left(1\angle -120^\circ\right)\cdot I_{AB} = \\ &= \left(\sqrt{3}\angle -150^\circ\right)\cdot I_{AB} \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} &\boxed{I_c = I_{CA} - I_{BC} = I_{CA} - a\,I_{CA} = (1-a)\,I_{CA} = \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right)\cdot I_{CA}} = \\ &= \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right) a^{-2}\, I_{AB} = \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right)\left(1\angle -240^\circ\right)\cdot I_{AB} = \\ &= \left(\sqrt{3}\angle 90^\circ\right)\cdot I_{AB} \end{aligned} \tag{10}$$

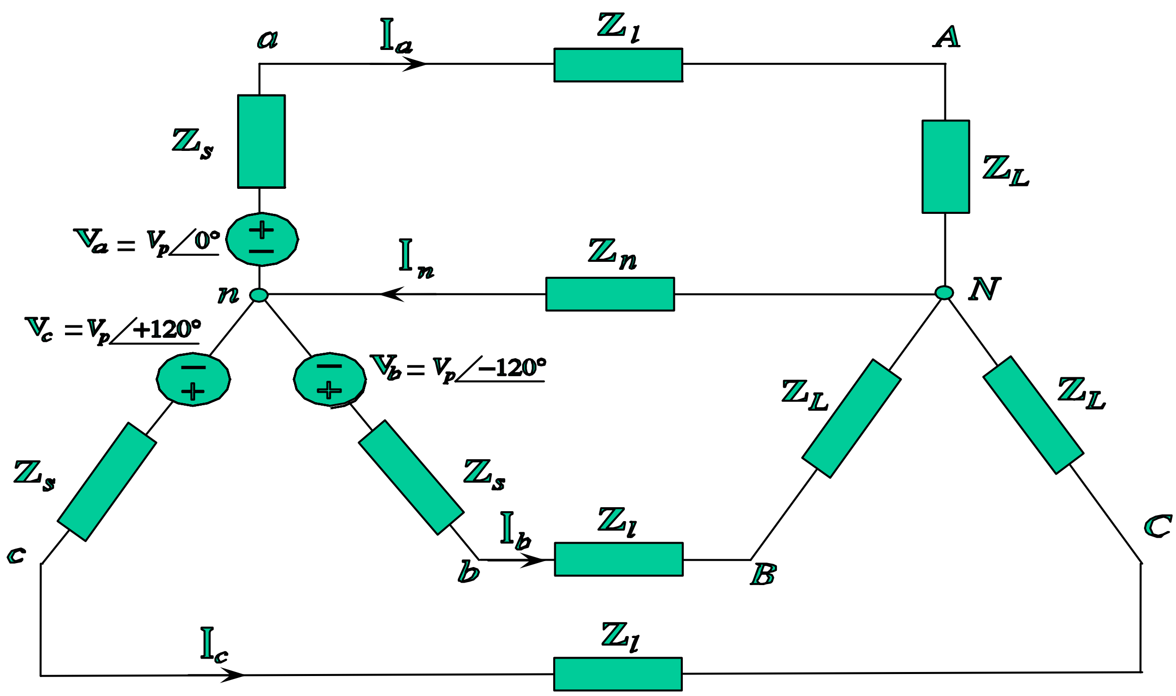
- Para cargas ou fontes em estrela (a três ou quatro fios) as correntes de ramo e de fase são as mesmas.
- Para cargas ou fontes em delta, as correntes de ramo são $\sqrt{3}$ vezes menores que as correntes de linha ou fase e estão adiantadas de 30° em relação a elas.

RESUMINDO:

- as tensões nos ramos da carga em delta são √3 vezes maiores que as tensões nos ramos da carga em estrela equivalente e estão adiantadas de 30°;
- as correntes nos ramos da carga em delta são √3 vezes menores que as correntes nos ramos da carga em estrela equivalente e estão também adiantadas de 30°;
- estas relações mantém constante a potência complexa total.

1.8. Análise de circuito trifásico com fonte e carga ligadas em estrela a quatro fios

A figura abaixo mostra uma fonte de tensão ideal trifásica simétrica, ligada em estrela, alimentando uma carga equilibrada, também ligada em estrela, através de uma linha de transmissão a quatro fios (o neutro da fonte está ligado ao neutro da carga através de um condutor neutro, representado pela impedância de retorno Z_n).



Para este sistema tem-se

$$\begin{cases} V_a = Z_S I_a + Z_l I_a + Z_L I_a + Z_n I_n \\ V_b = Z_S I_b + Z_l I_b + Z_L I_b + Z_n I_n \\ V_c = Z_S I_c + Z_l I_c + Z_L I_c + Z_n I_n \end{cases} \tag{11}$$

Como a fonte de tensão é simétrica, de seqüência direta e o sistema é equilibrado, as correntes também vão ser simétricas de seqüência direta. Então, a corrente de retorno I_n vai valer

$$I_n = I_a + I_b + I_c = I_a + a^{-1} I_a + a^{-2} I_a = \left(1 + a^{-1} + a^{-2}\right) I_a = 0 \tag{12}$$

Substituindo esta equação na equação (4) vem que

$$\boxed{\begin{cases} V_a = \left(Z_S + Z_l + Z_L\right) I_a \\ V_b = \left(Z_S + Z_l + Z_L\right) I_b \\ V_c = \left(Z_S + Z_l + Z_L\right) I_c \end{cases}} \tag{13}$$

Como as correntes e as tensões são simétricas, então

$$\boxed{\begin{cases} V_a = \left(Z_S + Z_l + Z_L\right) I_a \\ a^{-1} V_a = \left(Z_S + Z_l + Z_L\right) a^{-1} I_a \\ a^{-2} V_a = \left(Z_S + Z_l + Z_L\right) a^{-2} I_a \end{cases}} \tag{14}$$

Simplificando a segunda e a terceira equação, vem que

$$\begin{cases} V_a = \left(Z_S + Z_l + Z_L\right) I_a \\ V_a = \left(Z_S + Z_l + Z_L\right) I_a \\ V_a = \left(Z_S + Z_l + Z_L\right) I_a \end{cases} \tag{15}$$

Ou seja, só existe uma única equação a ser resolvida dada por

$$V_a = \left(Z_S + Z_l + Z_L\right) I_a \tag{16}$$

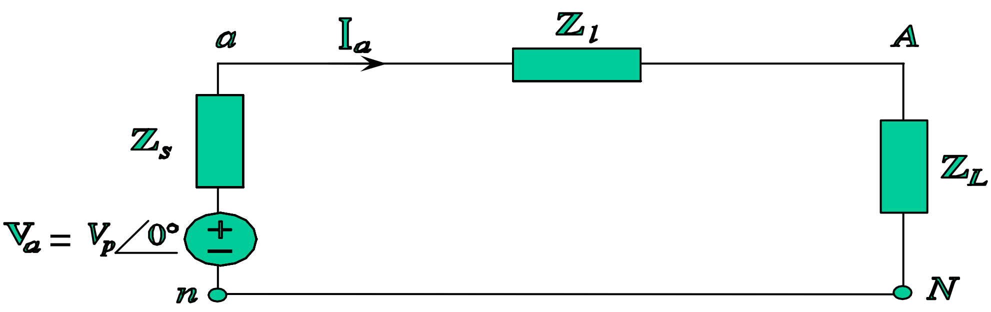
Cuja solução é

$$I_a = \frac{V_a}{Z_S + Z_l + Z_L} \tag{17}$$

Como o circuito trifásico é simétrico, as correntes nas outras duas fases vão ser dadas por

$$\begin{cases} I_b = a^{-1}\, I_a \\ I_c = a^{-2}\, I_a \end{cases} \tag{18}$$

O leitor pode perceber que a equação (16) corresponde à equação de uma malha composta de uma fonte de tensão ideal V_a e três impedâncias em série, respectivamente Z_s, Z_l e Z_L, sendo percorridas por uma corrente I_a, conforme mostra o circuito abaixo, denominado circuito equivalente por fase. Percebe-se neste circuito que a impedância de retorno Z_n não influencia nas correntes, uma vez que a corrente de retorno I_n é nula em sistemas trifásicos simétricos.



Desta forma, a análise de um circuito trifásico equilibrado, com tensões e correntes simétricas, se resume na análise de um circuito equivalente monofásico, tornando bem mais simples esta tarefa.

A potência complexa entregue pela fonte ao circuito é dada por

$$\begin{aligned} S_{total} = S_{3\Phi} &= V_a \cdot I_a^* + V_b \cdot I_b^* + V_c \cdot I_c^* = \\ &= V_a \cdot I_a^* + \left(a^{-1} V_a\right)\cdot\left(a^{-1} I_a\right)^* + \left(a^{-2} V_a\right)\cdot\left(a^{-2} I_a\right)^* = \\ &= V_a \cdot I_a^* + a^{-1} V_a \cdot a\, I_a^{\ *} + a^{-2} V_a \cdot a^2\, I_a^{\ *} = \\ &= V_a \cdot I_a^* + V_a \cdot I_a^{\ *} + V_a \cdot I_a^{\ *} = 3V_a \cdot I_a^* = 3S_a = 3S_{1\Phi} \end{aligned} \tag{19}$$

Ou seja, a potência complexa trifásica (total) é igual a três vezes a potência complexa monofásica (de uma das fases).

As potências ativa e reativa por fase vão ser dadas por

$$\begin{cases} P_{1\Phi} = \Re e\left(S_{1\Phi}\right) = \Re e\left(V_a \cdot I_a^*\right) \\ Q_{1\Phi} = \Im m\left(S_{1\Phi}\right) = \Im m\left(V_a \cdot I_a^*\right) \end{cases} \tag{20}$$

Considerando

$$\begin{cases} V_a = \left|V_{\Phi n}\right| \angle \theta_V \\ I_a = \left|I\right| \angle \theta_I \end{cases} \tag{21}$$

vem que

$$\begin{cases} P_{1\Phi} = \Re e\left(V_a \cdot I_a^*\right) = \Re e\left[\left(\left|V_{\Phi n}\right| \angle \theta_V\right) \cdot \left(\left|I\right| \angle -\theta_I\right)\right] = \left|V_{\Phi n}\right|\left|I\right| \cos\left(\theta_V - \theta_I\right) \\ Q_{1\Phi} = \Im m\left(V_a \cdot I_a^*\right) = \Im m\left[\left(\left|V_{\Phi n}\right| \angle \theta_V\right) \cdot \left(\left|I\right| \angle -\theta_I\right)\right] = \left|V_{\Phi n}\right|\left|I\right| \operatorname{sen}\left(\theta_V - \theta_I\right) \end{cases} \tag{22}$$

onde

$$\theta_V - \theta_I = \theta_Z = \theta_S \tag{23}$$

é o ângulo da potência complexa ou da impedância equivalente.

As potências ativa e reativa trifásicas vão ser dadas por

$$\begin{cases} P_{3\Phi} = 3\left|V_{\Phi n}\right|\left|I\right| \cos\left(\theta_V - \theta_I\right) = \sqrt{3} \cdot \left(\sqrt{3}\left|V_{\Phi n}\right|\right)\left|I\right| \cos\left(\theta_V - \theta_I\right) = \\ \quad = \sqrt{3} \cdot \left|V_{\Phi\Phi}\right|\left|I\right| \cos\left(\theta_V - \theta_I\right) = \sqrt{3} \cdot \left|V_{\Phi\Phi}\right|\left|I\right| \cos\theta_S \\ Q_{3\Phi} = 3\left|V_{\Phi n}\right|\left|I\right| \operatorname{sen}\left(\theta_V - \theta_I\right) = \sqrt{3} \cdot \left(\sqrt{3}\left|V_{\Phi n}\right|\right)\left|I\right| \operatorname{sen}\left(\theta_V - \theta_I\right) = \\ \quad = \sqrt{3} \cdot \left|V_{\Phi\Phi}\right|\left|I\right| \operatorname{sen}\left(\theta_V - \theta_I\right) = \sqrt{3} \cdot \left|V_{\Phi\Phi}\right|\left|I\right| \operatorname{sen}\theta_S \end{cases} \tag{24}$$

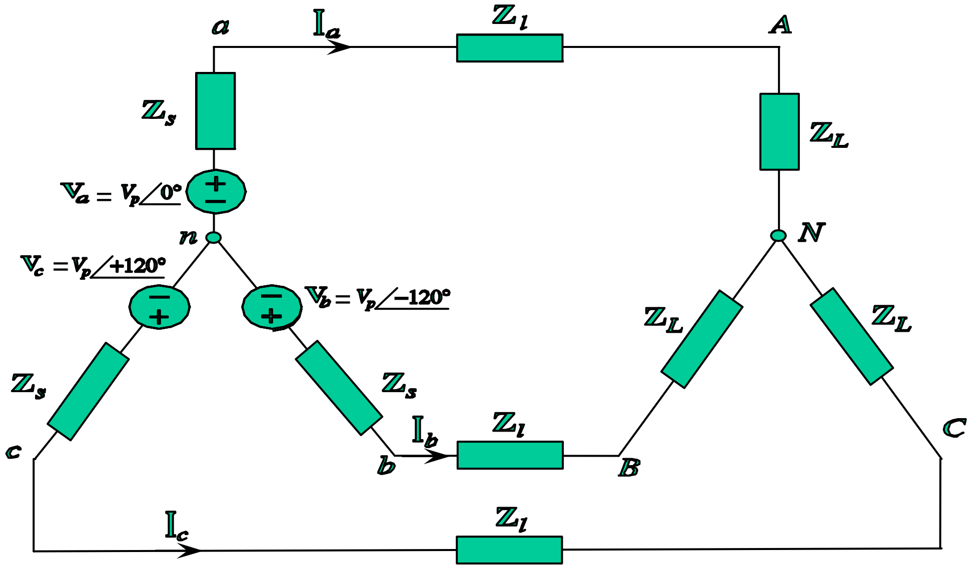
É comum encontrar-se expressões simples na forma

$$\boxed{\begin{cases} P_{3\Phi} = \sqrt{3}\ V\ I \cos\theta \\ Q_{3\Phi} = \sqrt{3}\ V\ I \operatorname{sen}\theta \end{cases}} \tag{25}$$

No entanto o leitor deve saber interpretar estas expressões de forma a não aplicá-las de forma errônea.

1.9. Análise para circuito trifásico com fonte e carga ligadas em estrela a três fios

A figura a seguir mostra uma fonte de tensão ideal trifásica simétrica, ligada em estrela, alimentando uma carga equilibrada, também ligada em estrela, através de uma linha de transmissão a três fios (não existe conexão física entre os neutros da fonte e da carga).



Utilizando-se o método das tensões de nós, elegendo o nó n como referência e escrevendo a lei de Kirchoff das correntes para o nó N, vem que

$$I_a + I_b + I_c = 0 \tag{26}$$

Ou ainda

$$-\frac{V_N - V_a}{Z_S + Z_l + Z_L} - \frac{V_N - V_b}{Z_S + Z_l + Z_L} - \frac{V_N - V_c}{Z_S + Z_l + Z_L} = 0 \tag{27}$$

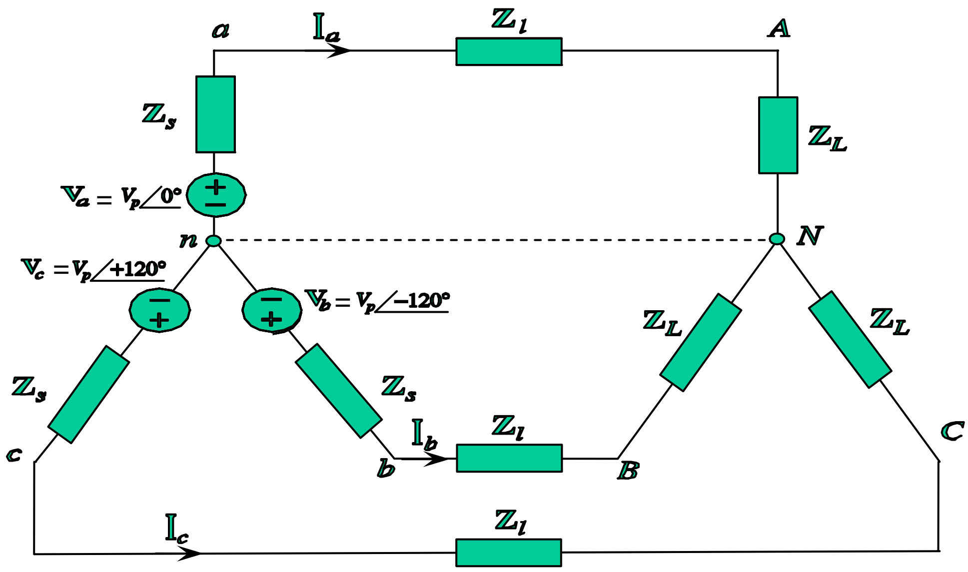
Ou seja

$$(V_N - V_a) + (V_N - V_b) + (V_N - V_c) = 0 \tag{28}$$

Ou finalmente que

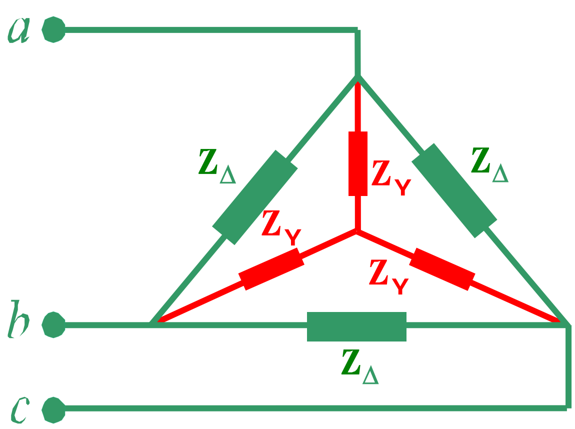
$$V_N = \frac{V_a + V_b + V_c}{3} = \frac{V_a + a^{-1}V_a + a^{-2}V_a}{3} = \frac{\left(1 + a^{-1} + a^{-2}\right)V_a}{3} = 0 \tag{29}$$

Como a tensão do neutro da carga em relação ao neutro da fonte é nula, pode-se liga-los através de um condutor (fio), como mostra o circuito abaixo, onde esta conexão (teórica, mas não física) está indicada por um segmento de reta tracejado.



O leitor pode perceber que as equações para este circuito serão idênticas às equações para o circuito a quatro fios do item anterior e, desta forma, também sua solução, representada pelas equações (17) e (18).

1.10. Equivalência entre cargas equilibradas ligadas em estrela a três fios e em delta



A figura ao lado mostra uma carga trifásica equilibrada ligada em delta (em verde) e a carga equivalente em estrela a três fios, com neutro isolado (em vermelho), onde

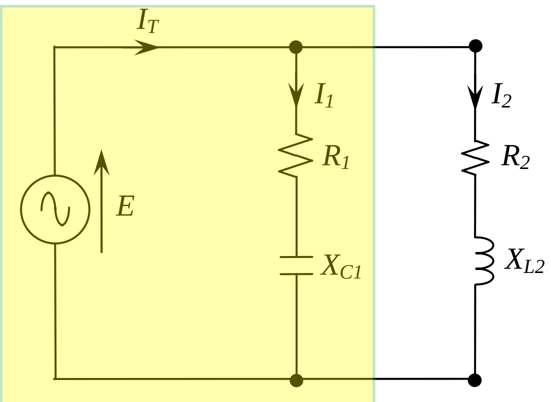
$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} \tag{30}$$

1.11. Análise para circuito trifásico com fonte e carga ligadas em delta

O leitor pode perceber que este tipo de carga (e de fonte) deve inicialmente ser transformada para a configuração estrela a três fios (com neutro isolado) utilizando-se as equações (5) para a fonte de tensão e (30) para a impedância. Uma vez convertidas (carga e fonte) para estrela com neutro isolado, a análise vai ser a mesma da apresentada no item 1.9 anterior.

EXEMPLO: Um circuito trifásico simétrico e equilibrado, de tensão nominal de linha de $480\ V$, alimenta duas cargas equilibradas. Uma delas é um motor síncrono que fornece $30\ HP$, quando opera com uma eficiência de 75% e fator de potência $0{,}8$ *adiantado*. A outra é um motor de indução que desenvolve $40\ HP$ quando opera com uma eficiência de 85% e um fator de potência de $0{,}8$ *atrasado*. Desenhe o circuito e calcule as correntes drenadas pelos motores e a corrente total de linha.

Como trata-se de um circuito trifásico simétrico e equilibrado pode-se utilizar o conceito de circuito equivalente por fase, que será da seguinte forma:



O motor síncrono funcionando com fator de potência adiantado (capacitivo) foi representado por um circuito RC série. O motor de indução foi representado por um circuito RL série por estar trabalhando com fator de potência atrasado (indutivo). O dimensionamento dos parâmetros destes dois circuitos se faz da seguinte forma:

(a) **Dimensionamento da corrente do motor síncrono**

Considerando que $1\ HP$ é $745{,}7\ W$, então a potência ativa trifásica líquida no eixo do motor síncrono é de

$$P_{1-3\Phi(líquida)} = 30 \times 745{,}7 = 22371\ W$$

Com uma eficiência de 75%, ele está consumindo da rede uma potência ativa trifásica bruta de

$$P_{1-3\Phi} = \frac{P_{1-3\Phi(líquida)}}{0,75} = \frac{22371}{0,75} = 29828\ W$$

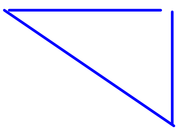
A potência ativa por fase (ou monofásica) é um terço da potência ativa trifásica, ou seja

$$P_{1-1\Phi} = P_1 = \frac{P_{1-3\Phi}}{3} = \frac{29828}{3} = 9942,67\ W$$

Como o fator de potência é de 0,8 *adiantado*, então o ângulo da impedância equivalente da carga vai ser

$$\theta_1 = -\arccos(0,8) = -36,87°$$

O cálculo da potência complexa por fase pode ser feito de duas maneiras: uma primeira utilizando o fato de que



$$P_1 = |S_1|\cos\theta_1 \quad \Rightarrow \quad |S_1| = \frac{P_1}{\cos\theta_1} = \frac{9942,67}{0,8} = 12428,33\ VA$$

$$S_1 = 12428,33\angle -36,87°\ VA = (9942,67 - j7457,02)\ VA$$

A segunda maneira é fazendo

$$\mathrm{tg}(\theta_1) = \frac{Q_1}{P_1} \quad \Rightarrow \quad Q_1 = P_1 \cdot \mathrm{tg}(\theta_1) = 9942,67 \cdot \mathrm{tg}(-36,87°) =$$

$$= -7457,00\ VAr$$

$$|S_1| = \sqrt{(9942,67)^2 + (-7457,00)^2} = 12428,33\ VA$$

$$S_1 = 12428,33\angle -36,87°\ VA = (9942,67 - j7457,02)\ VA$$

A tensão nominal de linha do circuito é 480 V. Logo a tensão nominal de fase vai ser dada por

$$|V_{\Phi n}| = \frac{480}{\sqrt{3}} = 277,13\ V$$

Admitindo arbitrariamente a tensão de fase na referência, o fasor de tensão V_1 aplicada ao motor síncrono vai ser

$$V_1 = |V_{\Phi n}| \angle 0° = 277{,}13 \angle 0° \; V$$

Desta forma, a corrente que passa no motor síncrono vai ser

$$S_1 = V_1 \cdot I_1^* \;\Rightarrow\; I_1^* = \frac{S_1}{V_1} \;\Rightarrow\; I_1 = \frac{S_1^*}{V_1^*}$$

ou seja

$$I_1 = \frac{S_1^*}{V_1^*} = \frac{12428{,}33 \angle 36{,}87°}{277{,}13 \angle 0°} = 44{,}85 \angle 36{,}87° \; A$$

O leitor pode perceber que trata-se de uma corrente capacitiva, uma vez que está adiantada em relação à tensão aplicada. O cálculo da impedância equivalente do motor síncrono pode ser feito sabendo-se que

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{277{,}13 \angle 0°}{44{,}85 \angle 36{,}87°} = 6{,}18 \angle -36{,}87° \, \Omega$$

Expressa na notação cartesiana esta impedância vale

$$Z_1 = 6{,}18 \angle -36{,}87° = \left(4{,}98 - j3{,}71\right) \, \Omega$$

Ou seja, por fase, tem-se um resistor de $4{,}98 \; \Omega$ e uma reatância capacitiva de $-3{,}71 \; \Omega$ em série.

(b) **<u>Dimensionamento da corrente do motor de indução</u>**

A potência ativa trifásica líquida no eixo do motor de indução é de

$$P_{21-3\Phi\,(líquida)} = 40 \times 745{,}7 = 29828 \; W$$

Com uma eficiência de 80% ele está consumindo da rede uma potência ativa trifásica bruta de

$$P_{2-3\Phi} = \frac{P_{2-3\Phi(líquida)}}{0{,}80} = \frac{29828}{0{,}80} = 37285 \; W$$

A potência ativa por fase consumida pelo motor de indução é um terço da potência ativa trifásica, ou seja

$$P_{2-1\Phi} = P_2 = \frac{P_{2-3\Phi}}{3} = \frac{37285}{3} = 12428,33\ W$$

Como o fator de potência é de $0{,}8$ *atrasado*, então o ângulo da impedância equivalente da carga vai ser

$$\theta_2 = \arccos(0,8) = 36,87°$$

A potência complexa por fase vai ser

$$P_2 = |S_2|\cos\theta_2 \quad \Rightarrow \quad |S_2| = \frac{P_2}{\cos\theta_2} = \frac{12428,33}{0,8} = 15535,42\ \ VA$$

$$S_2 = 15535,42\angle 36,87°\ VA = (12428,27 + j\,9321,27)$$

Desta forma, a corrente que passa no motor de indução vale

$$S_2 = V_2 \cdot I_2^{\,*} \ \Rightarrow \ I_2^{\,*} = \frac{S_2}{V_2} \ \Rightarrow \ I_2 = \frac{S_2^{\,*}}{V_2^*}$$

Como as tensões aplicadas aos dois motores são iguais, ou seja, $V_2 = V_1$, vem que

$$I_2 = \frac{S_2^{\,*}}{V_2^*} = \frac{15535,42\angle -36,87°}{277,13\angle 0°} = 56,06\angle -36,87°\ \ A$$

O leitor pode verificar que trata-se de corrente indutiva, pois está atrasada em relação à tensão de alimentação. O cálculo da impedância equivalente do motor síncrono pode ser efetuado fazendo

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{277,13\angle 0°}{56,06\angle -36,87°} = 4,94\angle 36,87°\,\Omega$$

Expressa na notação cartesiana esta impedância vale

$$Z_2 = 4,94\angle 36,87° = (3,95 - j\,2,97)\ \Omega$$

Ou seja, por fase, tem-se em série um resistor de $3{,}95\ \Omega$ e uma reatância indutiva de $2{,}97\ \Omega$.

(c) **Cálculo da corrente total fornecida pela fonte**

A corrente total vai ser dada pela soma das duas correntes calculadas anteriormente, ou seja

$$I_T = I_1 + I_2 = 44,85\angle 36,87° + 56,06\angle -36,87° =$$
$$= 81,01 \angle -4,76° A$$

O leitor pode perceber que o sistema, considerado como um todo, está consumindo uma potência complexa por fase de

$$S_T = V_1 \cdot I_T^* = 277,13\angle 0° \cdot 81,01\angle 4,76° =$$
$$= 22449,49 \angle 4,76° \ VA = \left(22370,97 + j1864,25\right) VA$$

E o fator de potência total da instalação é de

$$fp = \cos\left(4,76°\right) = 0,997 \ \textit{indutivo}$$

Ou seja, muito próximo da unidade, uma vez que o motor síncrono, ao consumir potência reativa capacitiva, está fornecendo quase toda a potência reativa indutiva que o motor de indução está consumindo.