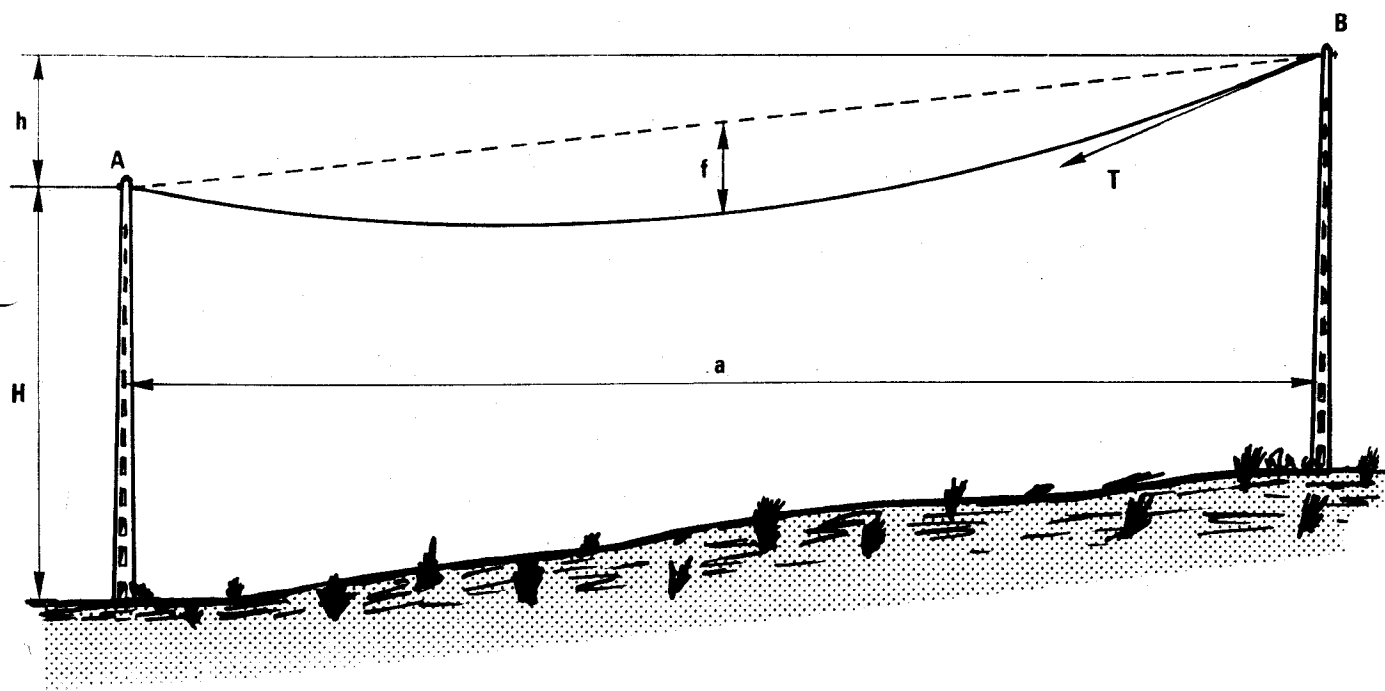


NOÇÕES ELEMENTARES DO CÁLCULO DE LINHAS

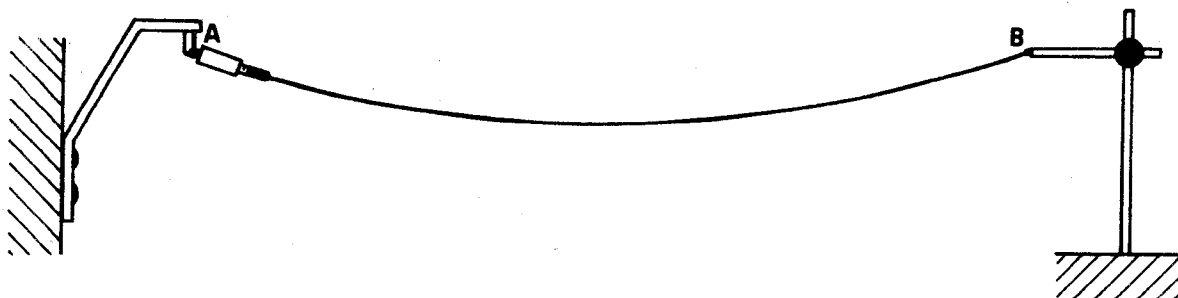
Terminologia utilizada.	1
Vão simples.	2
Comparação entre o comprimento do vão e do condutor	4
Apoio de alinhamento.	5
Os desníveis.	6
Determinação do sinal do desnível para vários vãos.	9
Apoio de ângulo	14
Características dos condutores	18

TERMINOLOGIA UTILIZADA



Simbolos	Designações	Unidades
a	Vão — distância horizontal entre dois apoios	m
H	Altura entre o ponto de amarração do condutor e o solo	m
h	Desnível entre dois pontos de amarração	m
f	Flecha — maior distância vertical entre o condutor e a recta AB	m
L	Comprimento real do condutor	m

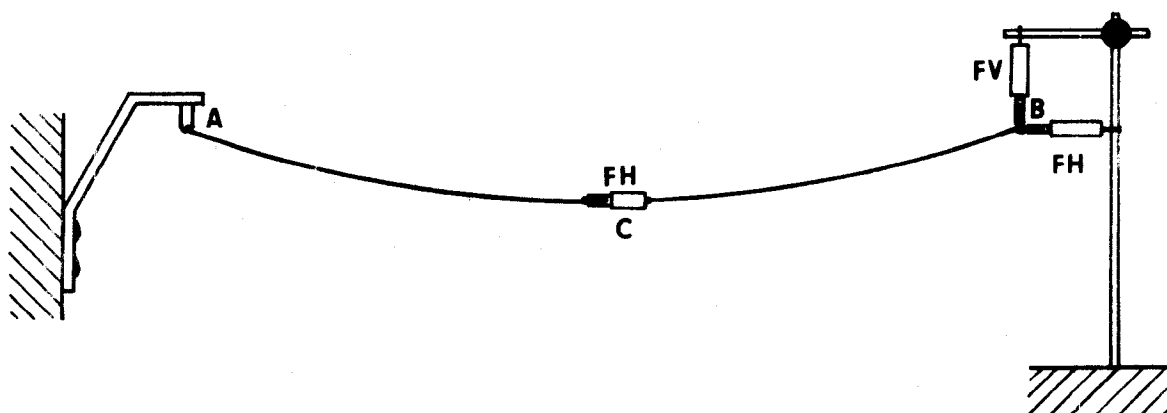
VÃO SIMPLES



Condições:

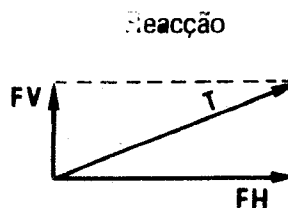
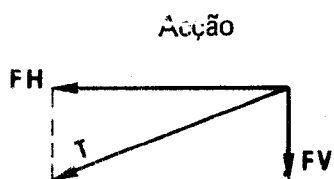
- Um condutor de peso P esticado entre 2 apoios
- Os pontos de amarração A e B estão ao mesmo nível

A medida da tensão mecânica dá-nos o valor da força T tangente ao condutor no ponto A ou no ponto B.



A força T pode ser decomposta em duas forças: Uma FH horizontal e outra FV vertical.

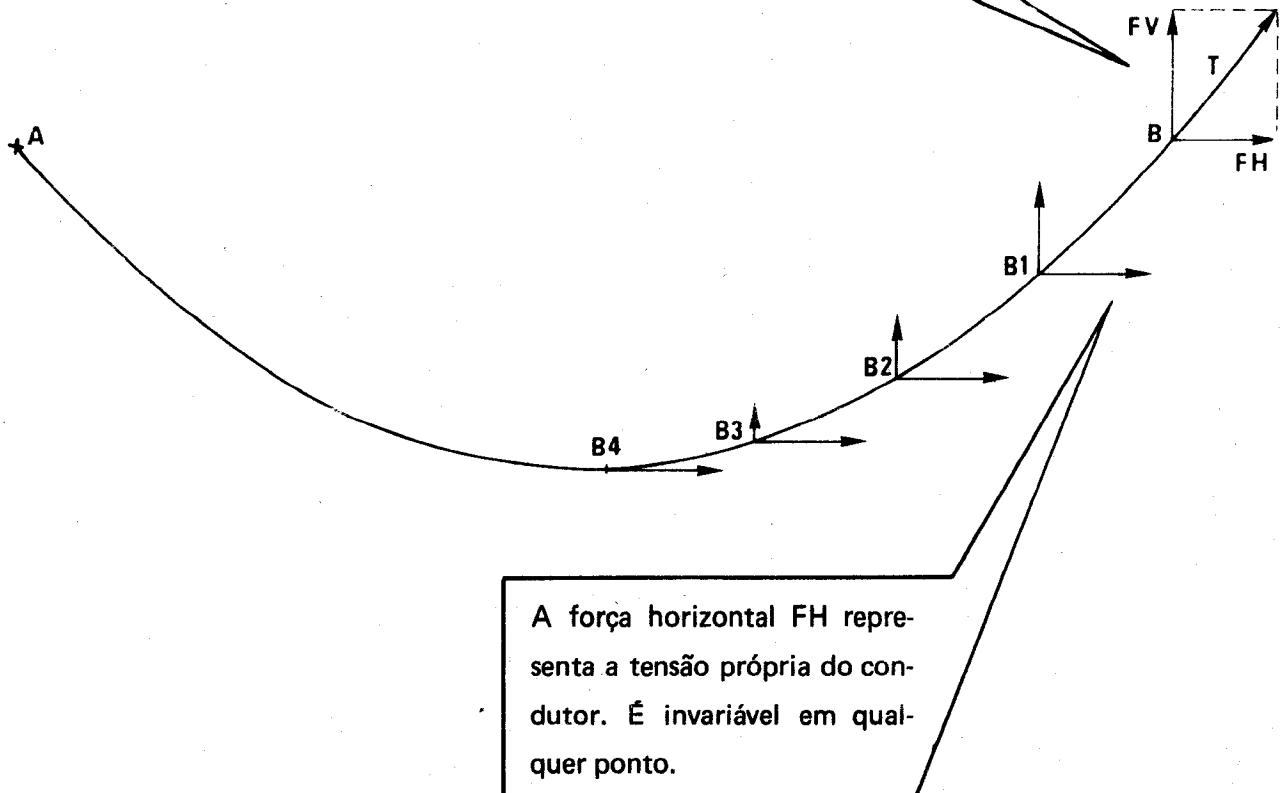
Verifica-se que: $FV = \frac{P}{2}$



Conclusão:

- A força FV representa o peso de 1/2 vão
- A força FH é a tensão mecânica própria do condutor que o dinamómetro C mede igualmente.

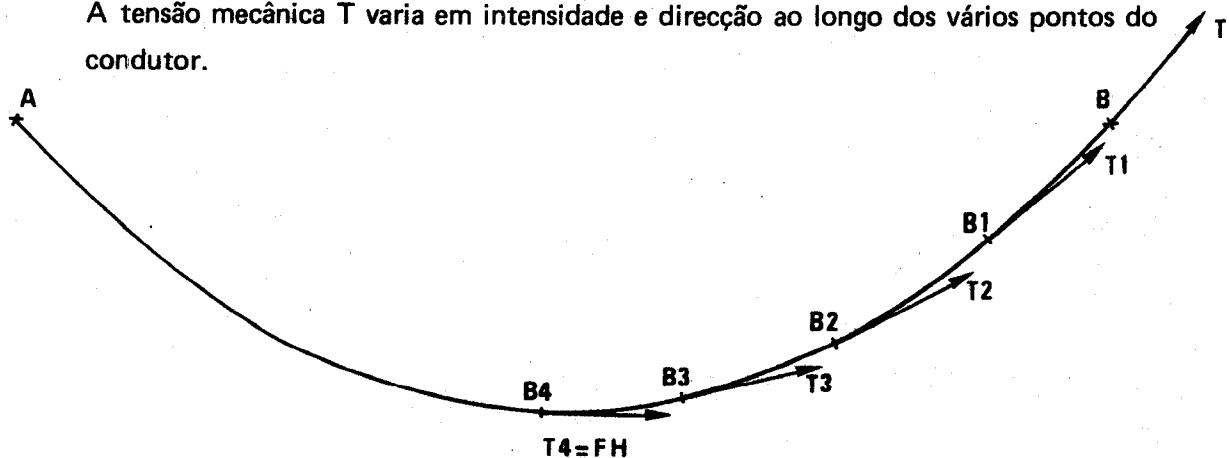
A força FV igual ao peso de 1/2 vão, no ponto B diminuiu sucessivamente em B1, B2, B3 e anula-se em B4 (no meio do vão)



A força horizontal FH representa a tensão própria do condutor. É invariável em qualquer ponto.

A resultante $\vec{T} = \vec{FV} + \vec{FH}$ é sempre tangente à curva que o condutor faz e vem confundir-se com FH no ponto B4 (em que $FV=0$)

A tensão mecânica T varia em intensidade e direcção ao longo dos vários pontos do condutor.

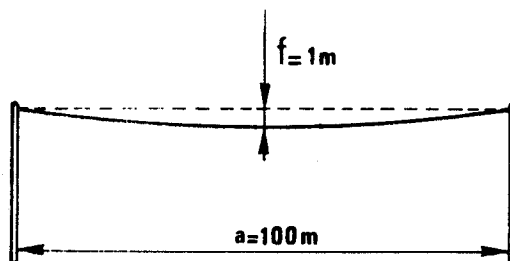


COMPARAÇÃO ENTRE O COMPRIMENTO DO VÃO E O COMPRIMENTO DO CONDUTOR

O comprimento L de um condutor, em função do vão a e da flecha f , é dado por

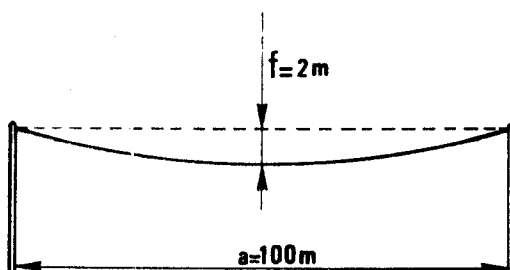
$$L = a + \frac{8 f^2}{3a}$$

Consideremos um vão de 100 m e calculemos o comprimento do condutor nos casos de termos flechas de 1 e 2 m.



$$L = 100 + \frac{8 \times 1}{300} = 100,0266 \text{ m}$$

ou seja 2,66 cm de diferença entre o comprimento do condutor e o vão

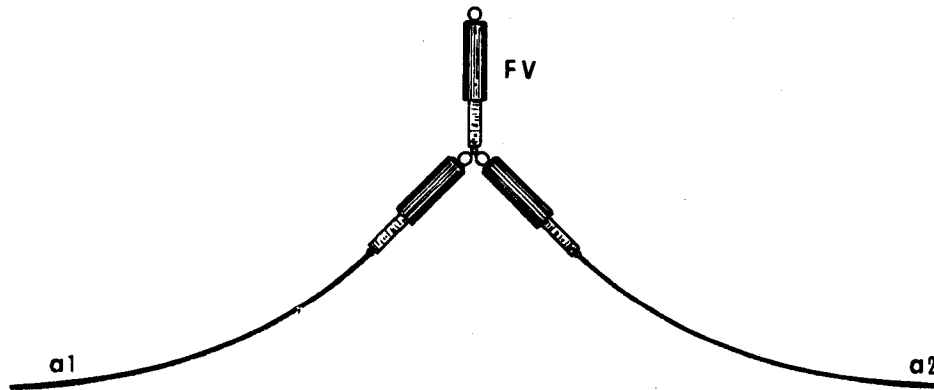


$$L = 100 + \frac{8 \times 4}{300} = 100,1066 \text{ m}$$

ou seja 10,7 cm de diferença

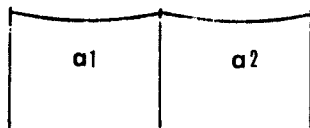
- Verifica-se que a diferença entre o comprimento do condutor e o vão é proporcional ao quadrado da flecha.
- No entanto, na maior parte dos casos, a diferença é desprezável

APOIO DE ALINHAMENTO



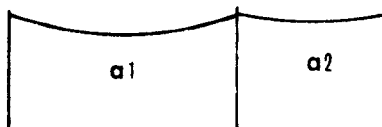
Constatações:

- 1— dois vãos iguais $a_1 = a_2$ implica que os pesos dos dois condutores são iguais
 $P_1 = P_2$



$$FV = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

- 2— dois vãos diferentes $a_1 \neq a_2$ implica que $P_1 \neq P_2$



$$FV = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

O peso do condutor P obtém-se pelo produto do peso unitário do condutor ω pelo comprimento do vão

$$P = \omega \times a$$

$$P_1 = \omega \times a_1$$

$$P_2 = \omega \times a_2$$

$$FV = \left(\frac{\omega \times a_1}{2} \right) + \left(\frac{\omega \times a_2}{2} \right)$$

$$FV = \omega \frac{(a_1 + a_2)}{2}$$

Das tabelas podem-se tirar os valores dos pesos unitários dos diversos tipos de condutores. Por exemplo:

Cobre 34,36 mm²
 Al-aco 69,29 mm²
 Almélec 75,54 mm²

$\omega = 0,312$ daN/m
 $\omega = 0,240$ daN/m
 $\omega = 0,208$ daN/m

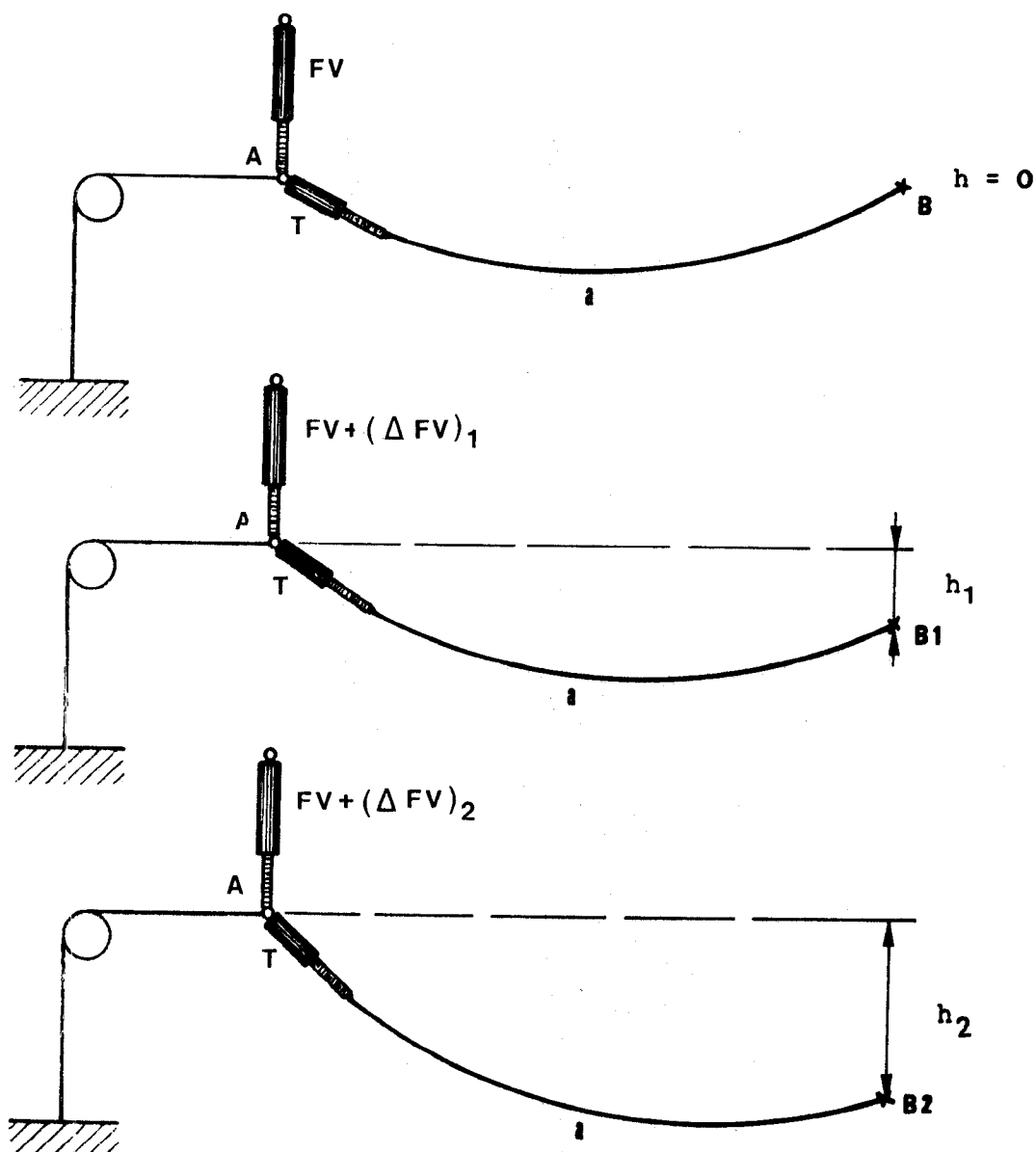
OS DESNÍVEIS

Seja um vão 'a' entre os pontos de amarração A e B

Coloquemos 2 dinamômetros no ponto A, que medem:

- um a tensão mecânica T
- outro o esforço vertical FV

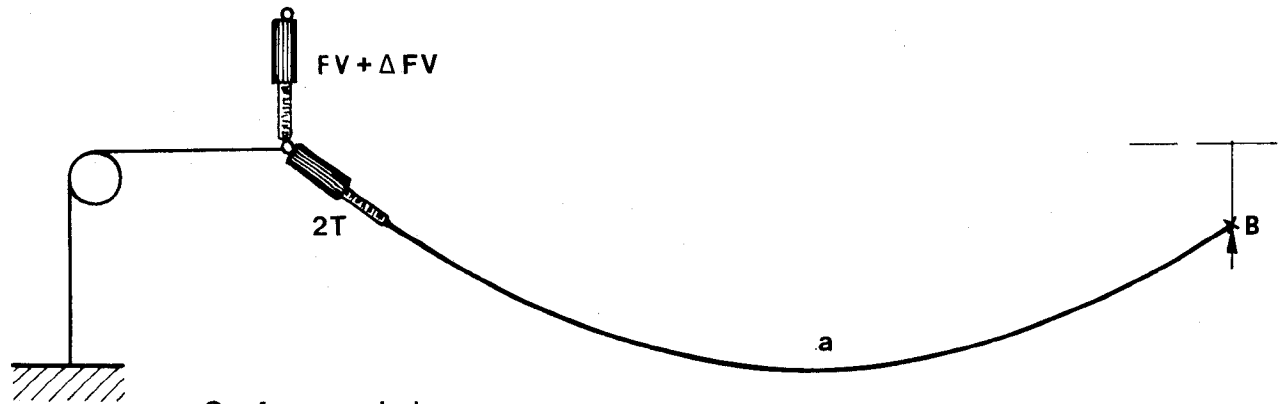
Deslocando a posição do ponto B obtemos um desnível h entre os pontos A e B.



O esforço vertical aumenta.

Este aumento ΔFV é proporcional ao desnível h

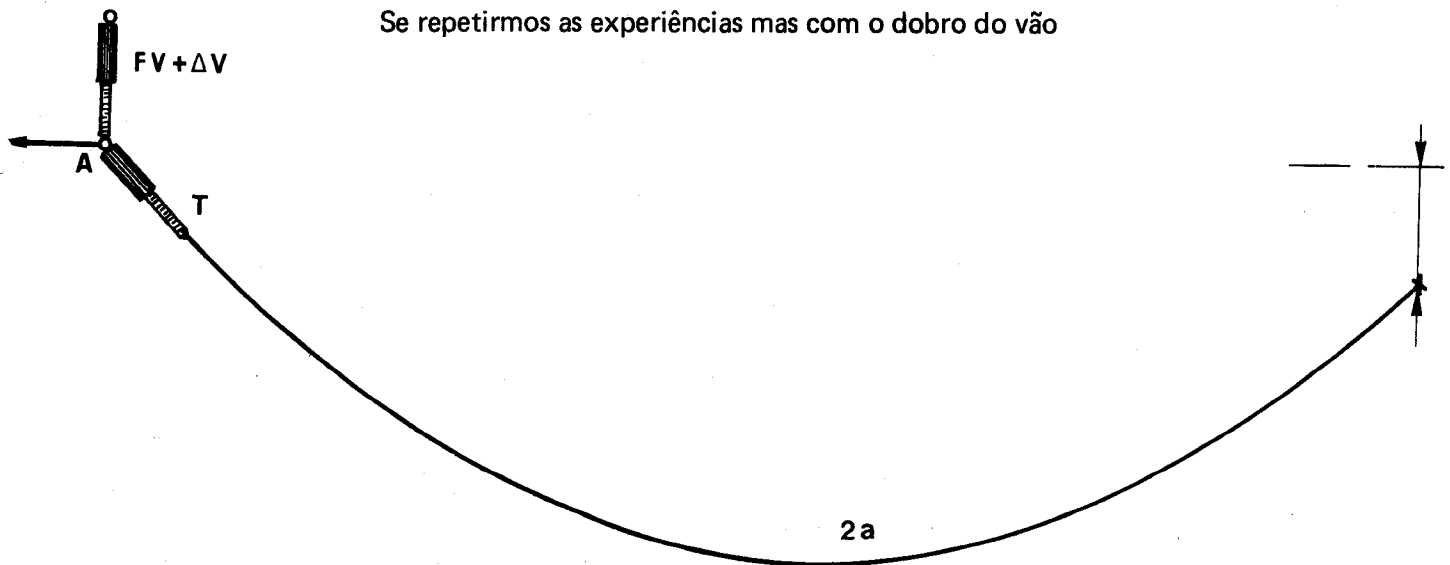
Se repetirmos as experiências anteriores aumentando a tensão mecânica para o dobro.



O esforço vertical aumenta.

Este aumento ΔFV é directamente proporcional à tensão mecânica T .

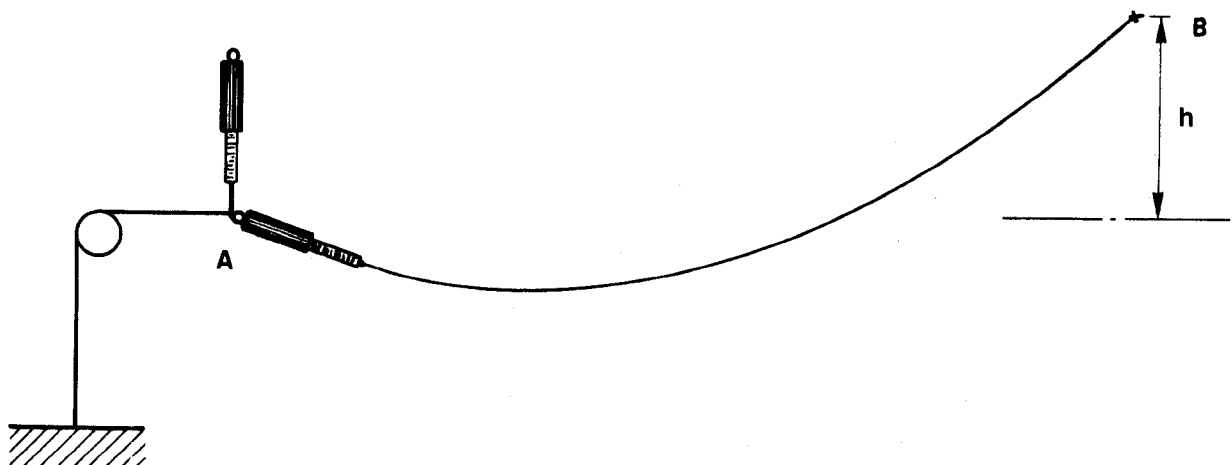
Se repetirmos as experiências mas com o dobro do vão



O esforço vertical diminui

A variação ΔFV é inversamente proporcional ao comprimento do vão

Se repetirmos ainda as experiências, mas com um desnível negativo em relação ao ponto A, isto é, se h for negativo em relação ao ponto A.



- Verificamos que se obtêm os mesmos valores absolutos para ΔFV mas de sinal contrário.
- O facto do ponto B estar mais alto conduz a um esforço vertical menor no ponto A.

Como se verificou que ΔFV é

- directamente proporcional ao desnível h
- directamente proporcional à tensão mecânica T
- inversamente proporcional ao vão a

Podemos escrever

$$\Delta FV = T \frac{h}{a}$$

ΔFV será positivo ou negativo conforme o sinal do desnível h

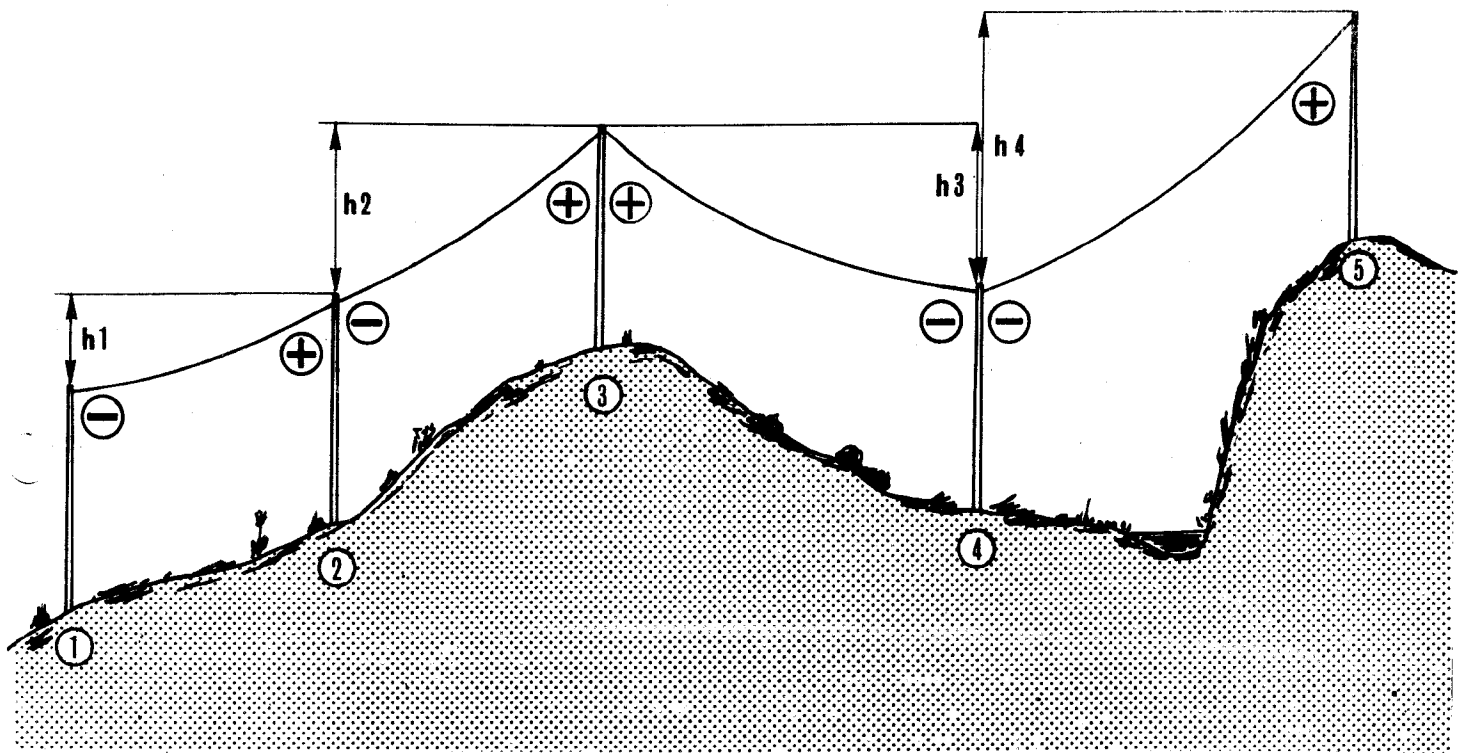
logo um vão desnivelado, o esforço vertical, num dos pontos de amarração será

$$FV = \omega \left(\frac{a}{2} \right) + \Delta FV$$

ou

$$FV = \omega \left(\frac{a}{2} \right) + T \frac{h}{a}$$

DETERMINAÇÃO DO SINAL DO DESNÍVEL h PARA VÁRIOS VÃOS



O apoio 2 está mais alto que o apoio 1, logo o desnível $h1$ no apoio 1 é negativo.

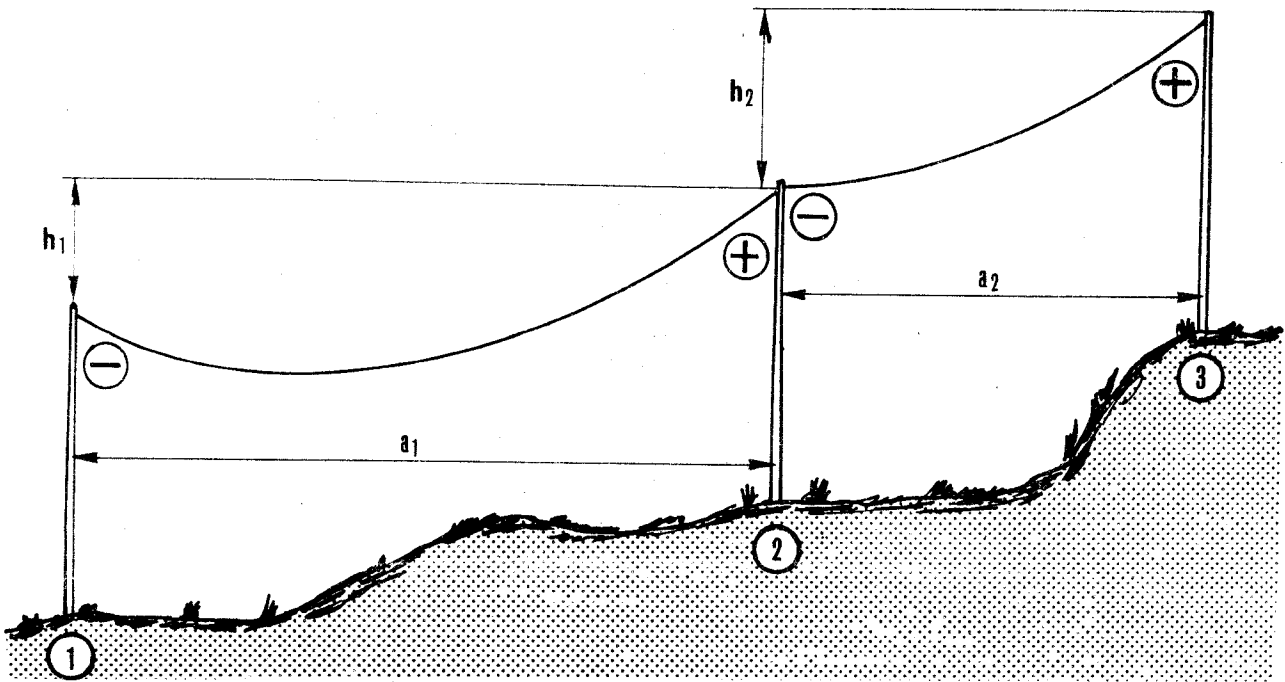
O apoio 1 está mais abaixo que o apoio 2, logo o desnível $h1$ no apoio 2 é positivo, em contrapartida o desnível $h2$ no apoio 2 é negativo.

No apoio 3 os desníveis $h2$ e $h3$ são positivos

No apoio 4 os desníveis $h3$ e $h4$ são negativos

No apoio 5 o desnível $h4$ é positivo

Consideremos agora dois vãos a_1 e a_2



— o esforço vertical devido ao vão a_1 no apoio 2

$$\text{é: } F_{1v} = \omega \left(\frac{a_1}{2} \right) + T \left(\frac{h_1}{a_1} \right)$$

— o esforço vertical devido ao vão a_2 no apoio 2 (note-se que neste caso o valor de h_2 é negativo)

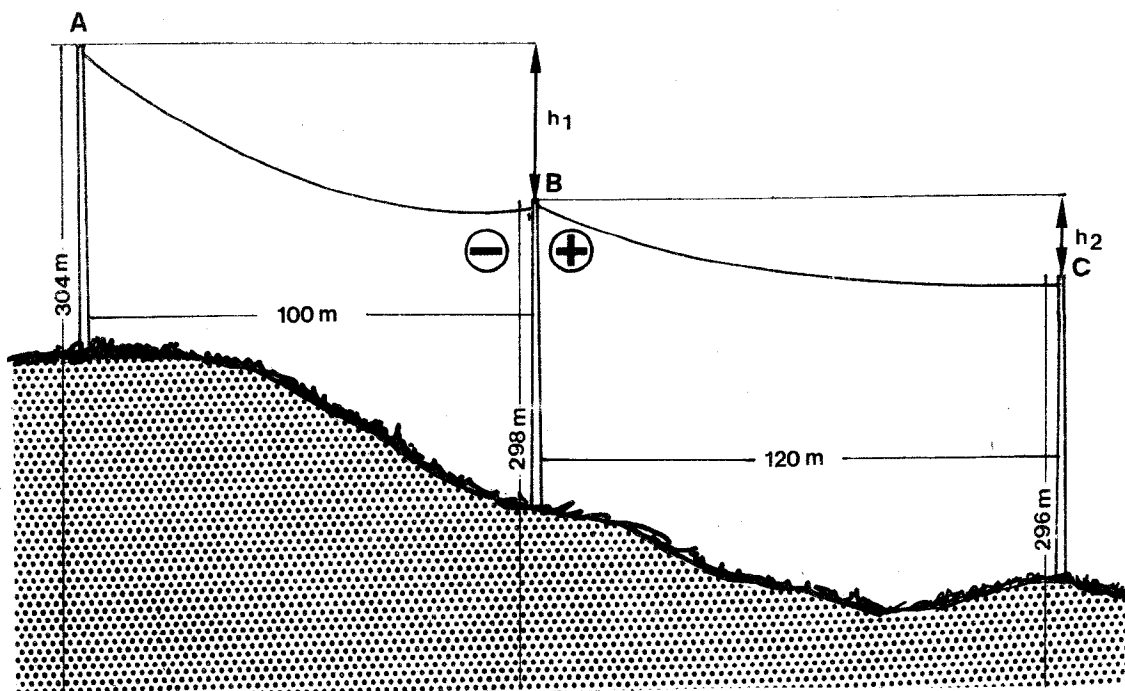
$$\text{é: } F_{2v} = \omega \left(\frac{a_2}{2} \right) + T \left(\frac{h_2}{a_2} \right)$$

Logo o esforço vertical total no apoio 2 é igual a:

$$F_{1v} + F_{2v} = \omega \left(\frac{a_1}{2} \right) + T \left(\frac{h_1}{a_1} \right) + \omega \left(\frac{a_2}{2} \right) + T \left(\frac{h_2}{a_2} \right)$$

$$F_v = \omega \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) + T \left(\frac{h_1}{a_1} + \frac{h_2}{a_2} \right)$$

Exemplos de aplicação: Calcular o esforço vertical no apoio B, para os casos seguintes



Condutor Almelec de $S = 55 \text{ mm}^2$
Tensão mecânica $T = 300 \text{ daN}$

Resolução

Da figura conclui-se que:

$$\begin{aligned} a_1 &= 100 \text{ m} \\ a_2 &= 120 \text{ m} \\ h_1 &= 6 \text{ m} \\ h_2 &= 2 \text{ m} \end{aligned}$$

Das tabelas dos condutores

Almelec $S = 55 \text{ mm}^2 \Rightarrow \omega = 0,149 \text{ daN/m}$

Cálculo

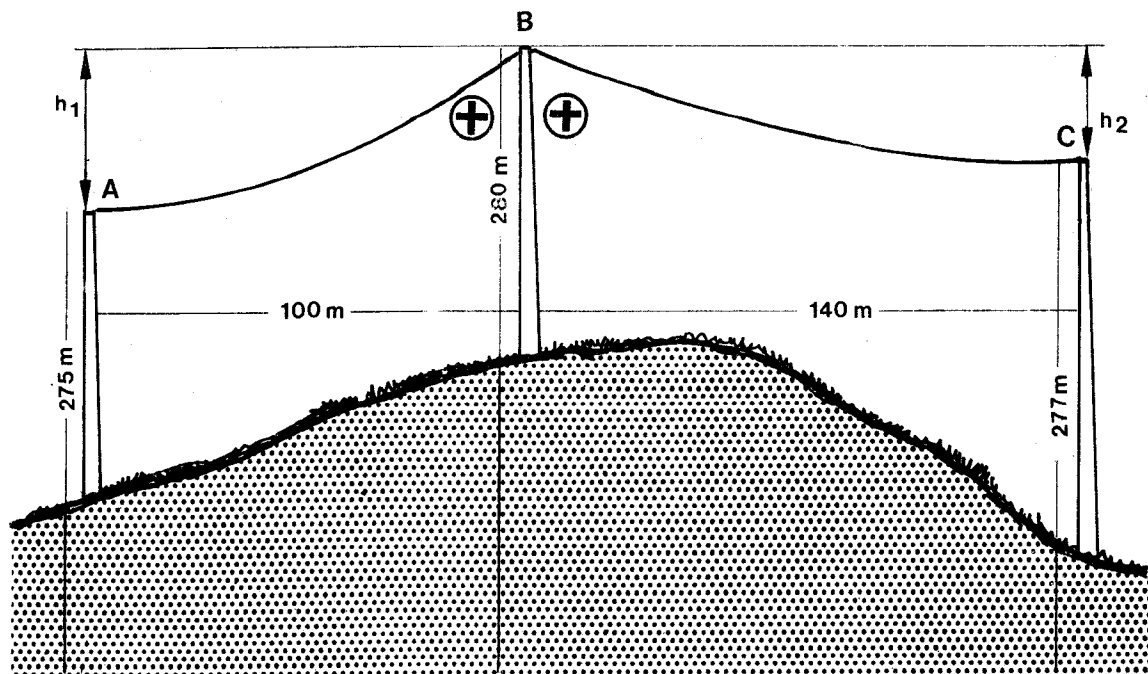
$$FV = \omega \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) + T \left(\frac{h_1}{a_1} + \frac{h_2}{a_2} \right)$$

$$FV = 0,149 \left(\frac{100 + 120}{2} \right) + 300 \left(-\frac{6}{100} + \frac{2}{120} \right)$$

$$FV = 0,149 \times 110 + 300 \left(-\frac{26}{600} \right)$$

$$FV = 16,4 - 13$$

$$FV = 3,4 \text{ daN}$$



Condutor Al-aço de $S = 70 \text{ mm}^2$

Tensão mecânica $T = 350 \text{ daN}$

Resolução

Da figura conclui-se que:

$$a_1 = 100 \text{ m}$$

$$a_2 = 140 \text{ m}$$

$$h_1 = 5 \text{ m}$$

$$h_2 = 3 \text{ m}$$

Das tabelas dos condutores

$$\text{Alu-aço } S = 70 \text{ mm}^2 \Rightarrow \omega = 0,240 \text{ daN/m}$$

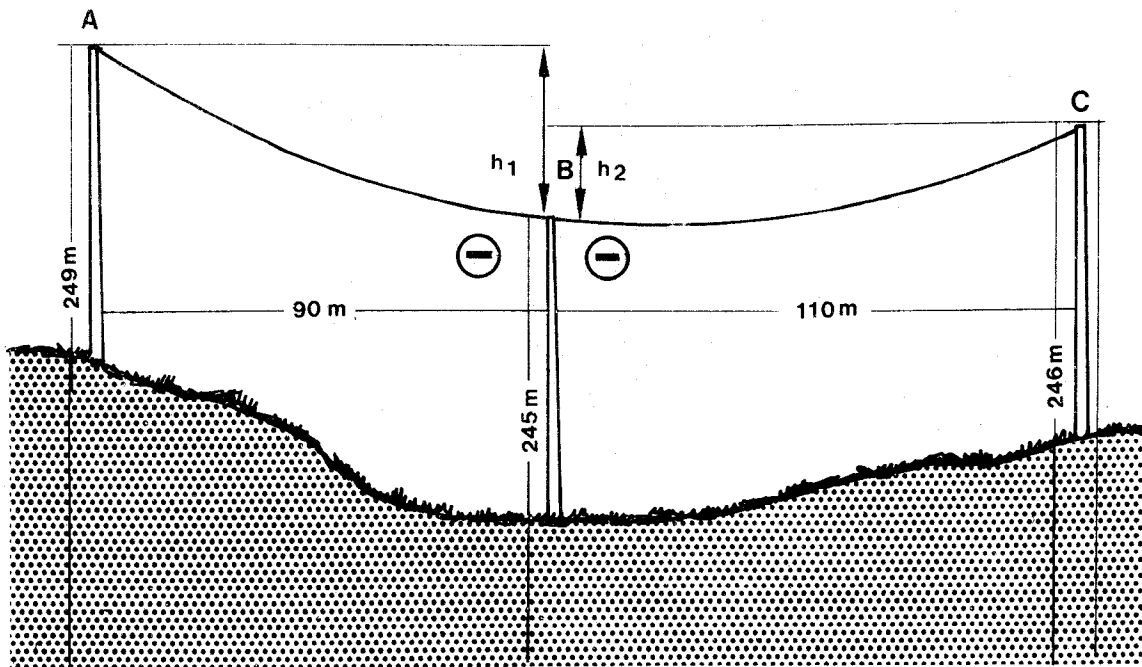
$$FV = \omega \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) + T \left(\frac{h_1}{a_1} + \frac{h_2}{a_2} \right)$$

$$FV = 0,240 \left(\frac{100+140}{2} \right) + 350 \left(\frac{5}{100} + \frac{3}{140} \right)$$

$$FV = 0,240 \times 120 + 350 \left(\frac{50}{700} \right)$$

$$FV = 28,8 + 25$$

$$FV = 53,8 \text{ daN}$$



Condutor Cobre de $S = 50 \text{ mm}^2$

Tensão mecânica $T = 400 \text{ daN}$

Resolução:

Da figura conclui-se que:

$$a_1 = 90 \text{ m}$$

$$a_2 = 110 \text{ m}$$

$$h_1 = 4 \text{ m}$$

$$h_2 = 1 \text{ m}$$

Das tabelas dos condutores

Cobre $S = 50 \text{ mm}^2 \Rightarrow \omega = 0,440 \text{ daN/m}$

Cálculo

$$FV = \omega \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) + T \left(\frac{h_1}{a_1} + \frac{h_2}{a_2} \right)$$

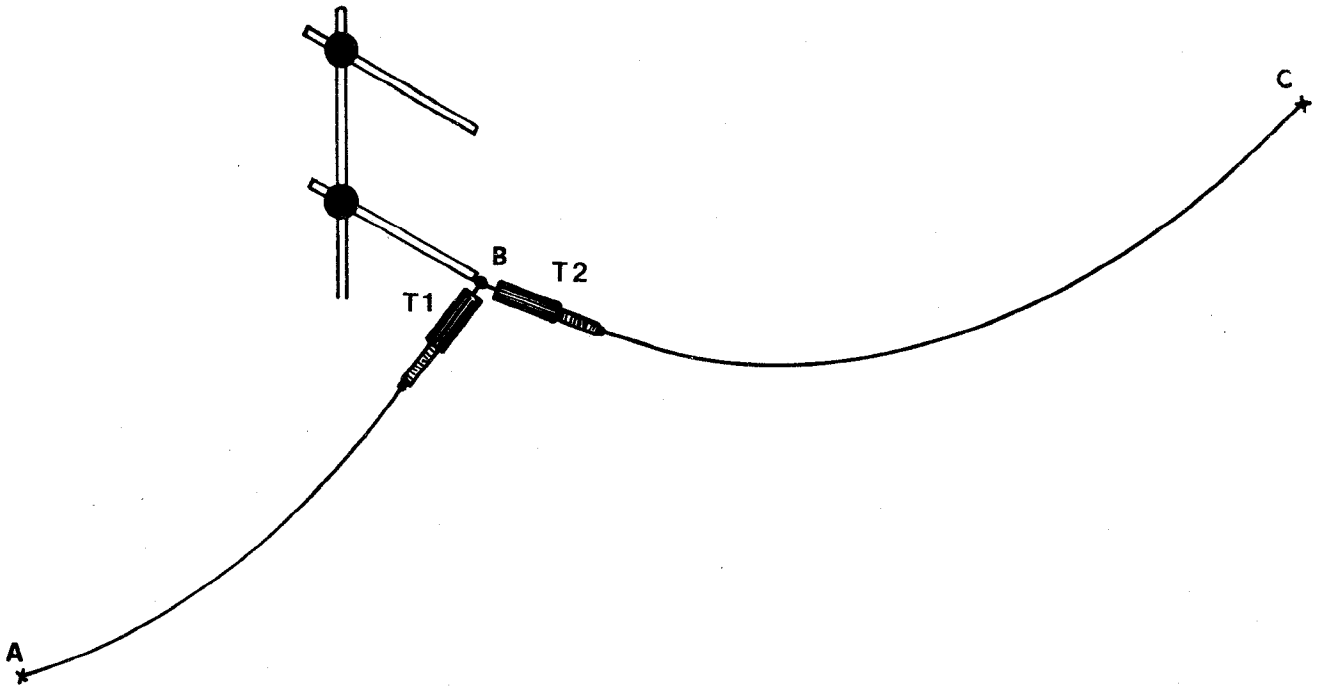
$$FV = 0,440 \left(\frac{90 + 110}{2} \right) + 400 \left(-\frac{4}{90} - \frac{1}{110} \right)$$

$$FV = 0,440 \times 100 + 400 \left(-\frac{53}{990} \right)$$

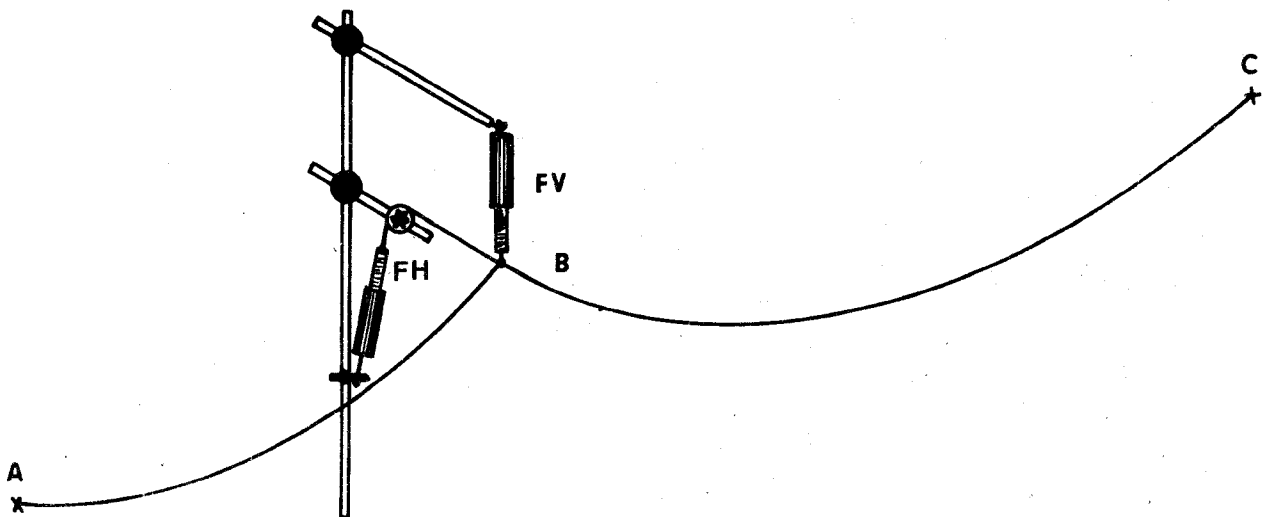
$$FV = 44 - 21,4$$

$$FV = 22,6 \text{ daN}$$

APOIO DE ÂNGULO



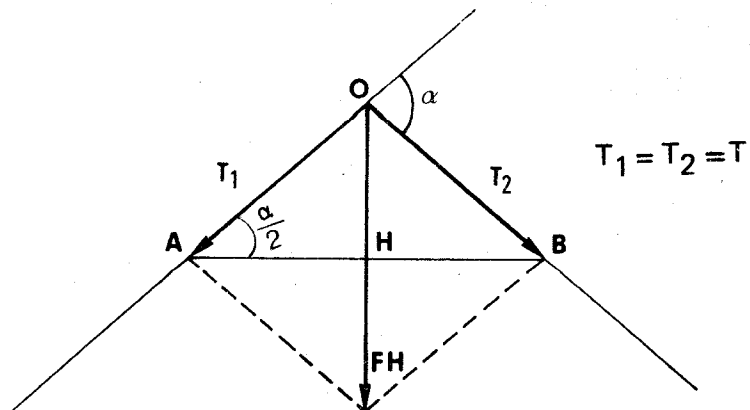
- Consideremos três pontos de amarração A, B e C ao mesmo nível.
- Os dois dinamómetros em B indicam as tensões mecânicas T1 e T2
- Vamos determinar o esforço vertical e o esforço horizontal no ponto B por meio de dois dinamómetros.



O esforço vertical como anteriormente é igual a:

$$FV = \omega \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right)$$

O esforço horizontal é o resultado da composição das forças T_1 e T_2 devido à tensão mecânica do condutor de um lado e do outro do ponto de amarração



No triângulo rectângulo AOH

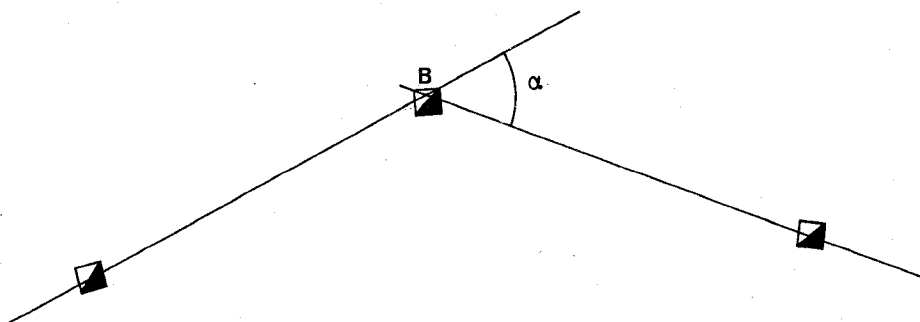
$$\text{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \frac{OH}{OA} \text{ ou } OH = OA \cdot \text{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right)$$

$$OA = T \Rightarrow OH = T \cdot \text{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right)$$

$$FH = 2 \cdot OH \Rightarrow$$

$$FH = 2T \cdot \text{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right)$$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO



Seja um poste B de ângulo

$$\text{Com } \alpha = 26^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 13^\circ$$

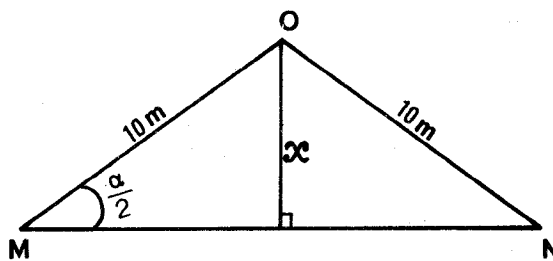
$$T_1 = T_2 = 300 \text{ daN}$$

$$\begin{aligned} FH &= 2T \text{ sen} \frac{\alpha}{2} \\ &= 2 \times 300 \times 0,225 \\ &= 135 \text{ daN} \end{aligned}$$

1— O ângulo α é chamado ângulo de desvio

O valor de $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ pode ser obtido nas tábuas trigonométricas

2— Se não se conhece o ângulo α pode-se determinar no terreno com uma fita métrica, directamente o valor de $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$



— marcar na vertical dos condutores

$$OM = ON = 10\text{m}$$

— medir x em metros

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{x}{10}$$

APOIOS DE ALINHAMENTO

SEM DESNÍVEL	$FV = \omega \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right)$
	$FH = 0$
COM DESNÍVEL	$FV = \omega \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) + T \left(\frac{h_1}{a_1} + \frac{h_2}{a_2} \right)$
	$FH = 0$

APOIOS DE ÂNGULO

SEM DESNÍVEL	$FV = \omega \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right)$
	$FH = 2T \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} \right)$
COM DESNÍVEL	$FV = \omega \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) + T \left(\frac{h_1}{a_1} + \frac{h_2}{a_2} \right)$
	$FH = 2T \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} \right)$

CONDUTORES (CARACTERÍSTICAS)

CONDUTORES	SSECÇÃO			CONSTITUIÇÃO		DIÂMETRO DO CONDUTOR	PESO UNIT. DO CONDUTOR	CARGA UNIT. DE ROTURA (aproxim)	RESISTEN. A 20 °C	RESISTEN. A 40 °C	MÓDULO DE ELASTICIDADE		COEFICIENTE DE DILATAÇÃO LINEAR
	Nominal	Real	Cobre .equival.	Número x diâmetro (mm)							daN/ mm²	daN/ mm²	
				mm²	mm²								
COBRE	10	10,17	-	7 x 1,36		4,08	92,0	42	1,770	1,909	10 500	17 x 10 ⁻⁶	
	16	15,89	-	7 x 1,70		5,10	144,1	42	1,130	1,219	10 500	17 x 10 ⁻⁶	
	25	25,13	-	7 x 2,18		5,54	236,8	42	0,680	0,733	10 500	17 x 10 ⁻⁶	
	35	34,36	-	7 x 2,50		7,50	311,6	42	0,520	0,561	10 500	17 x 10 ⁻⁶	
	50	48,35	-	19 x 1,80		9,00	440,0	41	0,373	0,402	10 500	17 x 10 ⁻⁶	
AL-AÇO													
	20	21,99	12	6 x 2,00 1 x 2,00		6,00	77,0	32	1,520	1,643	6 120 8 100	19 x 10 ⁻⁶	
	30	30,62	16	6 x 2,36 1 x 2,36		7,08	106,0	32	1,090	1,178	6 120 8 100	19 x 10 ⁻⁶	
	40	40,70	22	6 x 2,72 1 x 2,72		8,16	141,0	31	0,821	0,887	6 120 8 100	19 x 10 ⁻⁶	
	50	49,48	26	6 x 3,00 1 x 3,00		9,00	172,0	31	0,675	0,729	6 120 8 100	19 x 10 ⁻⁶	
	70	69,23	37	6 x 3,55 1 x 3,55		10,65	240,0	30	0,482	0,521	6 120 8 100	19 x 10 ⁻⁶	
	90	87,97	47	6 x 4,00 1 x 4,00		12,00	305,0	29	0,380	0,411	6 120 8 100	19 x 10 ⁻⁶	
ALMELEC	20	21,99	11	7 x 2,00		6,00	60,2	33	1,500	1,508	6 118		23 x 10 ⁻⁶
	35	34,36	18	7 x 2,50		7,50	94,0	33	0,956	1,027	6 118		23 x 10 ⁻⁶
	55	54,55	28	7 x 3,15		9,45	149,0	33	0,603	0,646	6 118		23 x 10 ⁻⁶
	75	75,54	39	19 x 2,25		11,25	208,0	33	0,438	0,470	6 118		23 x 10 ⁻⁶